جامعة دمشق — امتحان مقرر الاحتمالات والاحصاء – السنة الثانية — المدة : ساعتان

كلية الهندسة المدنية — الفصل الثاني للعام الدراسي 2024-2025 — الدرجة : 70

ملاحظة(1): انقل الجدول التالي الى الصفحة الاولى من اوراق الاجابة ثم املأ الصف الثاني منه بالحرف الدال على الإجابة الصحيحة من **أولاً**

رقم السؤال	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
رمز الاجابة الصحيحة	c	d	a	b	c	a	c	a	b	d	b	b

ملاحظة(2): *هذه القيم الاحصائية قد تحتاج لبعضها في اثناء الحل.*

$t_{24,0.025} = 2.064$ ، $t_{25,0.025} = 1.708$ ، $z_{0.025} = 1.96$ ، $z_{0.10} = 1.28$ ، $z_{0.05} = 1.64$ ، $z_{0.01} = 2.33$ ، $z_{0.005} = 2.58$

أولاً – (12 × 4 درجات= 48 درجة)

مسألة 1 - في مجموعة القياسات المبينة جانباً

15.9	16.2	16.2	11.7	15.7
16.2	16.4	16.1	18.3	15.9
15.3	13.9	16.8	15.9	16.3
16.5	14.4	16.2	16.3	15.9
16.3	14.6	15.8	14.2	16.2

فإن :

1 – المدى R يساوي:

a. $R = 25$
b. $R = 5.1$
c. $R = 6.6$ ✓
d. $R = 18$

2 – المنوال M_o يساوي :

a. $M_o = 18.3$
b. $M_o = 16.3$
c. $M_o = 25$
d. $M_o = 16.2$ ✓

3– بفرض أن هذه العينة سحبت من مجتمع طبيعي تباينه غير معلوم، فإن 95% مجال الثقة للمتوسط μ هو :

a. $[15.22 , 16.24]$ ✓
b. $[15.25 , 16.21]$
c. $[15.31, 16.15]$
d. $[13.27, 14.28]$

4 –إن حجم العينة n التي يجب سحبها من المجتمع للحصول على مجال طوله 1.2 يساوي:

a. $n = 28$
b. $n = 18$ ✓
c. $n = 4$
d. $n = 13$

مسألة 2 - الجدول التالي يمثل الوزن X لـ10طلاب في الكلية مع الطول Y.

X	65	62	67	58	72	70	60	80	90	75
Y	169	165	172	160	170	175	160	180	183	176

والمطلوب:

5– إن معامل الارتباط r بين X و Y (بالتقريب لخانتين عشريتين) يساوي :

a. $r = 0.89$
b. $r = 2.12$
c. $r = 0.94$ ✓
d. $r = -0.93$

6 – إن معادلة مستقيم التراجع لمعطيات هذا الجدول (بالتقريب لخانتين عشريتين) هي:

a. $y = 0.75\,x + 118.83$ ✓
b. $y = 61.01 + 54.74\,x$
c. $y = 61.01x + 54.74$
d. $y = -0.32\,x + 0.96$

7–اخترنا طالب من الكلية فكان وزنه 85 كغ عندئذ فإن طوله y يقدر(بتقريب لخانة عشرية) بـ :

a. $y = 198.2$
b. $y = 185.9$
c. $y = 182.6$ ✓
d. $y = 169.5$

مسألة 3 - لنفترض أن X و Y متغيران عشوائيان لهما جدول التوزيع الاحتمالي المشترك الآتي :

X \ Y	-3	2	4
1	0.1	0.2	0.2
3	0.3	0.1	0.1

8 - إن المتوسط للتوزيع الهامشي لكل من X و Y يساوي:

a. $E(X)=2\ ,\ E(Y)=0.6$

b. $E(X)=-2\ ,\ E(Y)=0.6$

c. $E(X)=2\ ,\ E(Y)=-0.6$

d. $E(X)=1\ ,\ E(Y)=0.6$

9 – إن المتوسط المشترك $E(XY)$:

a. $E(XY)=1.2$

b. $E(XY)=0$

c. $E(XY)=-1.2$

d. $E(XY)=0.6$

10 – إن التغاير $\mathrm{cov}(X,Y)$ يساوي:

a. $\mathrm{cov}(X,Y)=0$

b. $\mathrm{cov}(X,Y)=-1.8$

c. $\mathrm{cov}(X,Y)=1.2$

d. $\mathrm{cov}(X,Y)=-1.2$

مسألة 4 – يدعي صاحب مصنع أدوية أن متوسط وزن المادة الفعالة في الكبسولة 250 ملغ وبانحراف معياري قدره 5 ملغ، ولدى معاينة عينة تحوي 16 كبسولة من هذا المصنع تبين أن المتوسط الحسابي لأوزانها هو 252 ملغ. وبفرض أن الوزن يخضع للتوزيع الطبيعي فإن:

11 – الفرض الابتدائي لهذا الاختبار $H_0 : \mu = 250$ والفرض البديل هو :

a. $H_1 : \mu < 250$

b. $H_1 : \mu \neq 250$

c. $H_0 : \mu <> 250$

d. $H_1 : \mu > 250$

12 – عند اختبار هذا الادعاء فإننا سوف :

a. نرفض الادعاء عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.01$

b. نقبل الادعاء عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$

c. نرفض الادعاء عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.10$

d. نرفض الادعاء عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$

ثانياً_ (22 درجة) : حل بالتفصيل المسألة الآتية : لدينا المتغير العشوائي X المعين بتابع الكثافة الاحتمالية :

$$f(x)=\begin{cases} 2x^3-3x & ,\ if\quad x\in[-\sqrt{2},0] \\ 0 & ,\ if\quad x\notin[-\sqrt{2},0] \end{cases}$$

والمطلوب:

1 - تحقق من أن $f(x)$ هو تابع كثافة احتمالية واوجد المتوسط و التباين لـ X .

2- أوجد الوسط x_m ($Median$) والمنوال ($Mode$) لـ X

3 - أوجد تابع التوزيع $F(x)$

4 - أحسب كلاً من الاحتمالين: $p_2=P(-1\le X\le 0)$ و $p_1=P(X>-0.5)$

انتهت الأسئلة

استاذ المقرر: محمد دنان

$$f(x)=\begin{cases} 2x^3-3x & x\in[-\sqrt{2},0] \\ 0 & x\notin[-\sqrt{2},0] \end{cases}$$ التمرين 6

1- الشرط الأول $f(x)\geq 0$ محققة

الشرط الثاني: $\int_{-\infty}^{+\infty}(2x^3-3x)dx = 1$

$$=\left[\frac{x^4}{2}-\frac{3x^2}{2}\right]_{-\sqrt{2}}^{0} \quad \left[(0)-(2-3)\right]=1$$ محققة

2- $E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) \int_{-\sqrt{2}}^{0} x(2x^3-3x)dx$

$E(X)=-0,566$ 2

التباين: $Var(X)=\int_{-\sqrt{2}}^{0} x^2 f(x)dx-\mu^2=\int_{-\sqrt{2}}^{0} x^2(2x^3-3x)dx-(-0.566)^2$

$Var(X)=0.013$ 2

3- لإيجاد الوسيط x_m (Medin) نتحقق من المعادلة $\int_{-\infty}^{x_m} f(x)dx=\frac{1}{2}$

$$\int_{-\sqrt{2}}^{x_m}(2x^3-3x)dx=\frac{1}{2}$$

$$\left[\frac{x^4}{2}-\frac{3x^2}{2}\right]_{-\sqrt{2}}^{x_m}=\frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{x_m^4-3x_m^2}{2}\right)-(2-3)=\frac{1}{2}$$

نحل المعادلة:

$$x_m^4-3x_m^2+1=0$$

نضع $t=x_m^2$ نحل المعادلة

$$t^2-3t+1=0$$

$t_1=2.618$ نجد $t_2=0.382$

$x_m=1.618$ ✗ $x_m=-1.618$ ✗ $x_m=0.618$ ✗ $x_m=-0.618$ ✓ 5

الشوال صورية x التي يبلغ عندها f نهايته عظمى

بالاستعانة $f'(x) = 6x^2 - 3$

نقوم بالشرط $f'(x) = 0 \Leftarrow$ نجد $x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$ نهايتين حرجتين

لمعرفة النهاية العظمى نشتق $f'' = 12x$

من أجل $x = +\frac{1}{\sqrt{2}} \Leftarrow f'' > 0$ نهاية صغرى

من أجل $x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Leftarrow f'' < 0$ عظمى

إذن $x = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -0.707$ هو الشوال.

3- $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt \Leftarrow F(x) = \int_{-\infty}^{2} (2t^3 - 3t)dt$ (4)

من أجل $x < -\sqrt{2}$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} 0 = 0$$

من أجل $-\sqrt{2} \leq x \leq 0$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{-\sqrt{2}} 0 + \int_{-\sqrt{2}}^{x} (2t^3 - 3t)\,dt$$

$$= \left[\frac{t^4}{2} - \frac{3t^2}{2}\right]_{-\sqrt{2}}^{x} = \frac{x^4 - 3x^2}{2} + 1$$

من أجل $x > 0$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{-\sqrt{2}} 0 + \int_{-\sqrt{2}}^{0} f(t)dt + \int_{0}^{x} 0 = 1$$ بما أن

إذن تابع التوزيع

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < -\sqrt{2} \\ \frac{x^4 - 3x^2}{2} + 1 & -\sqrt{2} \leq x \leq 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}$$

4- (3)

$$P_1 = 1 - P(X \leq -0.5) = 1 - F(-0.5) = 0.344$$

$$P_2 = F(0) - F(-1) = 1$$