الميكانيك الهندسي

علم السكون

Engineering Mechanics

Statics

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

جزء 2

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

الميكانيك الهندسي وعلم السكون

توازن واستقرار الأجسام الصلدة

المنشآت في الهندسة المدنية

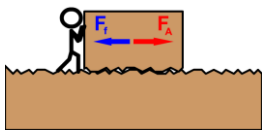
ينظر للمنشآت في الهندسة المدنية على أنها منشآت ساكنة وتحقق شروط الاستقرار

⇓

ميكانيك السكون

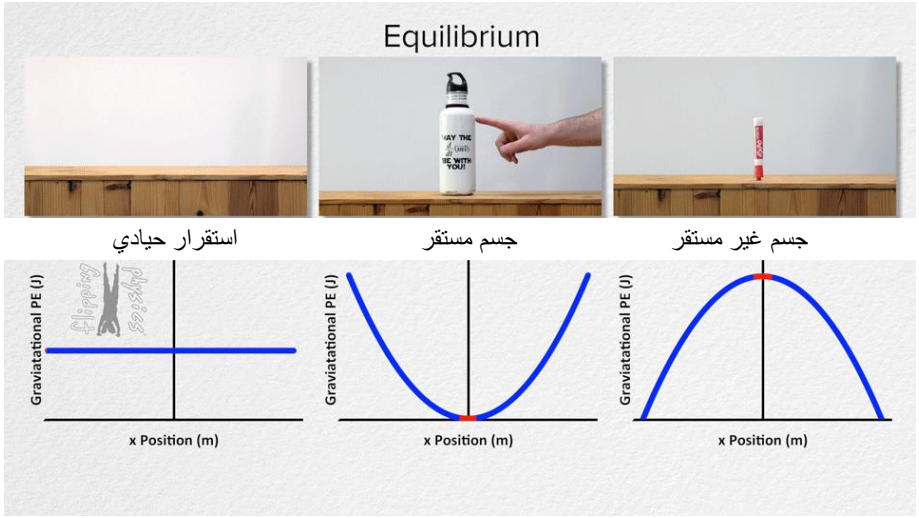
⇓

المنشأة مستقرة على الانقلاب وعلى الانزلاق تحت تأثير عمل القوى المطبقة عليها



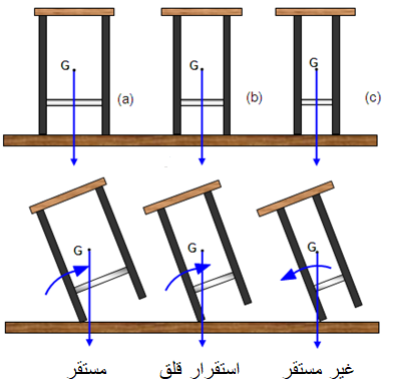
المحاضر أ.د. عفيف رحمة

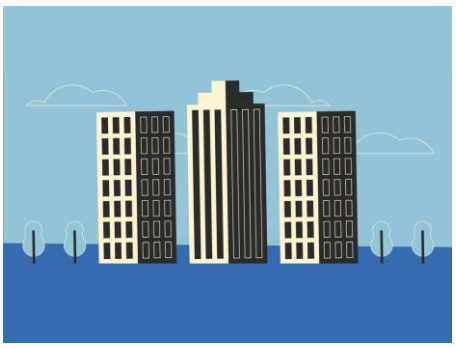
توازن واستقرار الأجسام الصلدة



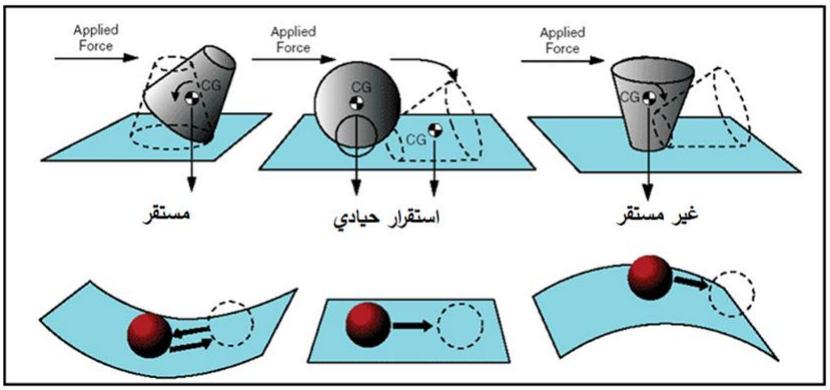
المحاضر أ.د. عفيف رحمة

توازن واستقرار الأجسام الصلدة





توازن واستقرار الأجسام الصلدة



يكون الجسم في حالة توازن مستقر، فيما لو خضع للحركة ثم عاد من جديد إلى وضعه السابق تحت تأثير قوى الثقالة.

يكون الجسم في حالة توازن غير مستقر، فيما لو خضع للحركة ولم تسعفه قوى الثقالة بالعودة لوضعه السابق.

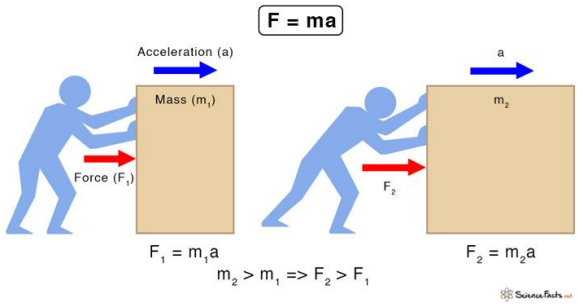
قانون نيوتن لتوازن الأجسام

First Newton Law

قانون نيوتن الأول

- كل جسم ساكن (ثابت ومستقر) يبقى ساكناً ما لم تطبق عليه قوة تُغير من ثباته واستقراره.
- كل جسم متحرك بسرعة ثابتة لا تتغير سرعته ما لم تؤثر عليه قوة خارجية مضافة.

قانون نيوتن لتوازن الأجسام
Second Newton Law

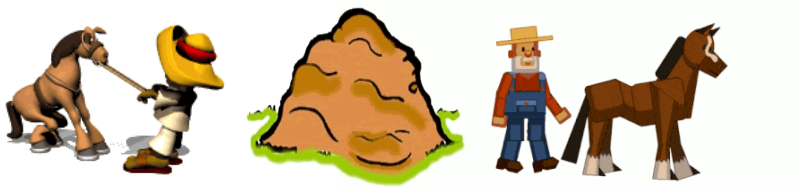


قانون نيوتن الثاني

- يتناسب تغيير حركة الجسم مع القوة المؤثرة عليه، ويتم وفق محور القوة المؤثرة فيه.
- التغيير في حركة الجسم متناسبة مع كتلة الجسم m والقوة المضافة المطبقة F.

المحاضر أ.د. عفيف رحمة

قانون نيوتن لتوازن الأجسام
Third Newton Law



قانون نيوتن الثالث

لكل فعل رد فعل يساويه ويعاكسه في الاتجاه ولهما نقطة تطبيق واحدة .

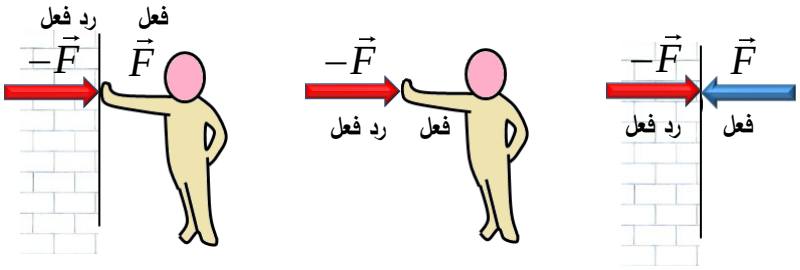
يعبر عن هذه العلاقة بالصيغة: $\Sigma\vec{F} = 0$

في فضاء الإحداثيات X, Y, Z تأخذ هذه العلاقة الصيغ التالية :

$$\Sigma\vec{X} = 0 \quad \Sigma\vec{Y} = 0 \quad \Sigma\vec{Z} = 0$$

المعادلات العامة لتوازن واستقرار الجسم وفق الإحداثيات الديكارتية

Third Newton Law



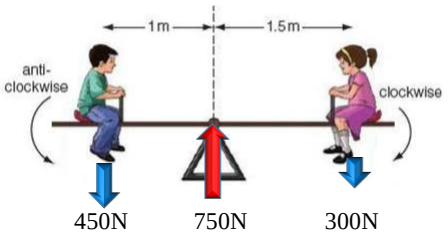
تكتب معادلات التوازن في الفضاء ثلاثي الأبعاد بالشكل التالي :

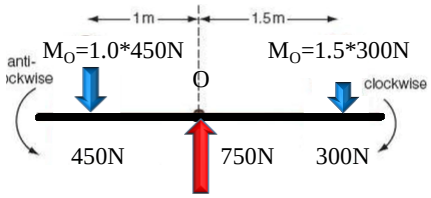
$$\Sigma\vec{X} = 0,$$
$$\Sigma\vec{Y} = 0,$$
$$\Sigma\vec{Z} = 0$$

المعادلات العامة لتوازن واستقرار الجسم وفق الإحداثيات الديكارتية

Third Newton Law

تعمم معادلات التوازن لتكتب في الفضاء ثلاثي الأبعاد بالشكل التالي :

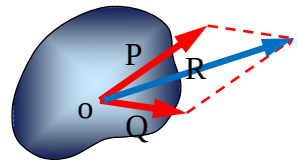




$$\Sigma\vec{X} = 0,$$
$$\Sigma\vec{Y} = 0,$$
$$\Sigma\vec{Z} = 0$$

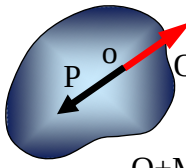
$$\Sigma\overrightarrow{M_x} = 0,$$
$$\Sigma\overrightarrow{M_y} = 0,$$
$$\Sigma\overrightarrow{M_z} = 0$$

المبادئ العامة لعلم السكون



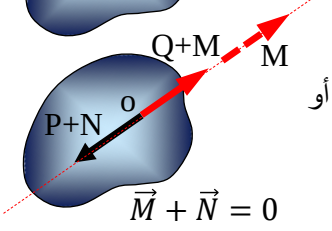
المبدأ الأول: قانون متوازي الأضلاع

إن حاصلة قوتين مطبقتين على الجسم في نقطة واحدة منه وبينهما زاوية ما، تتعين مقداراً واتجاهاً وموضعاً بقطر متوازي الأضلاع المنشأ على هاتين القوتين.



المبدأ الثاني: قانون التوازن

إذا طبقت على جسم ما قوتان، فإن هذا الجسم يكون بحالة توازن فقط عندما تكون هاتان القوتان متساويتان ومتعاكستان مباشرة، والعكس صحيح.



المبدأ الثالث: قانون ضم قوى وانزلاقها

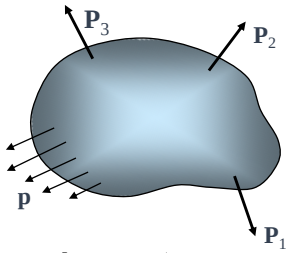
لا يتغير فعل جملة قوى مفروضة في جسم إذا أضفنا إليها أو حذفنا منها جملة قوى أخرى متوازنة، $\vec{M} + \vec{N} = 0$.

إذا طبقة قوة على جسم ما، فإنه يمكن زلق هذه القوة على حاملها.

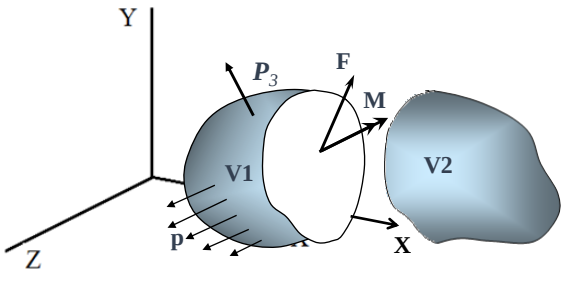
المبدأ الرابع: قانون الفعل ورد الفعل

لكل فعل رد فعل يساويه ويعاكسه بالاتجاه.

مبادئ التوازن المستقر للأجسام الصلدة



Body Forces (P_1, P_2, P_3… p)

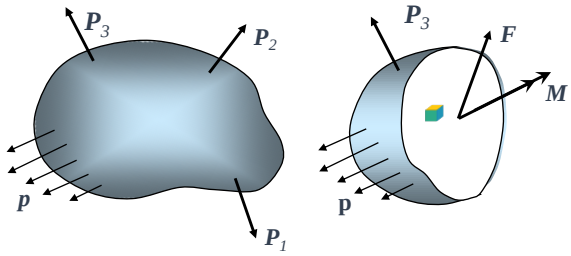


Surface Forces (F, M)

إذا انقسم جسم متوازن إلى جزئيين فإن كل جزء لا بد وأن يبقى متوازناً تحت تأثير قوى الجسم وقوى سطحية مطبقة على السطح الفاصل بين الجزئيين.

تتساوى وتتوازن القوى المطبقة على سطحي الفصل بين الجزئيين (قوى متساوية ومتعاكسة بالاتجاه). يعبر عن هذه القوى بالإجهادات الداخلية.

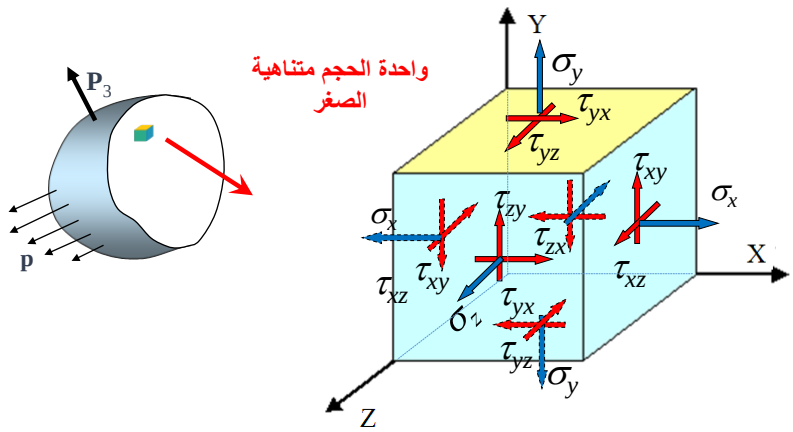
مبادئ التوازن المستقر للأجسام الصلدة



الجسم المادي: تملك مادة جميع الأجسام المتواجدة في الطبيعة خصائص فيزيائية، وهي أجسام قابلة للتشوه تحت تأثير القوى الخارجية، إلا أن دراسة هذه الأجسام في اطار الميكانيك الهندسي وعلم السكون لا تأخذ بالاعتبار هذه الخاصية وتتعامل مع الأجسام كأجسام صلدة غير قابلة للتشوه.

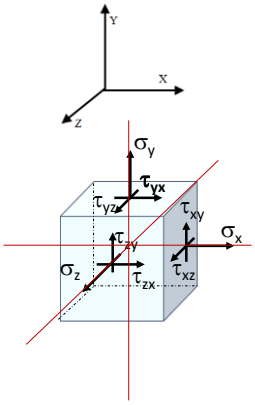
الجزيء أو النقطة المادية: هي جسيم أبعاده متناهية الصغر بحيث يمكن إهمالها، ويتمتع بخواص الجسم المادي.

مبادئ التوازن المستقر للأجسام الصلدة



أي جزء متناهي الصغر في جسم متوازن هو جسم متوازن تحت تأثير الإجهادات الداخلية المطبقة على سطحه.

مبادئ التوازن المستقر للأجسام الصلدة



بتطبيق المعادلات العامة لتوازن واستقرار الجسم وفق الإحداثيات الديكارتية x, y, z على واحدة الحجم حيث مركزها مركز الوزن الذاتي للجسم وأضلاعه موازية للمحاور الإحداثية، يمكنا أن نكتب المعادلات التالية:

$$\Sigma M_x = 0, \quad \Sigma M_y = 0, \quad \Sigma M_z = 0,$$

$$\sum M_x = 0 \Rightarrow \tau_{yz}.dxdz.dy - \tau_{zy}.dxdy.dz = 0 \Rightarrow \tau_{yz} = \tau_{zy}$$

$$\sum M_y = 0 \Rightarrow \tau_{zx}.dxdy.dz - \tau_{xz}.dydz.dx = 0 \Rightarrow \tau_{zx} = \tau_{xz}$$

$$\sum M_z = 0 \Rightarrow \tau_{xy}.dzdy.dx - \tau_{yx}.dxdz.dy = 0 \Rightarrow \tau_{xy} = \tau_{yx}$$

$$\Sigma F_x = 0, \quad \Sigma F_y = 0, \quad \Sigma F_z = 0,$$

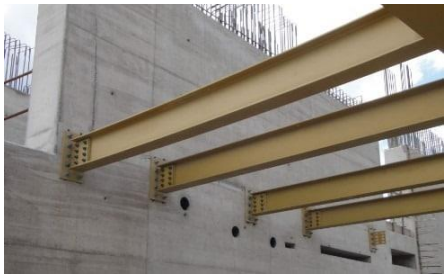
$$\Rightarrow \sigma_x = \sigma_x, \quad \sigma_y = \sigma_y, \quad \sigma_z = \sigma_z,$$

القوى وردود الأفعال في استناد العناصر الإنشائية

المساند

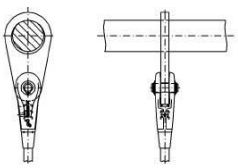
مسند متدحرج

مسند مفصلي



مسند ثابت موثوق

المساند

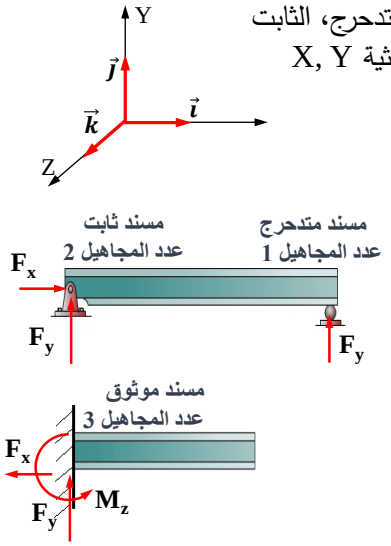


مسند مفصلي

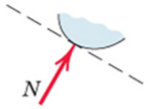
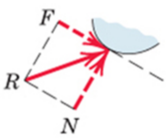
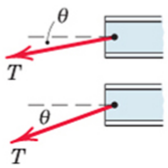
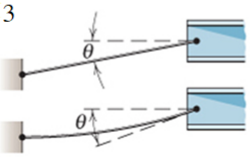
المساند

في هندسة المنشآت تعرف المساند بثلاثة أشكال، المتدحرج، الثابت والموثوق. إذا نسب العنصر في مستو المحاور الإحداثية X, Y فتعرف المساند الثلاث كما يلي:

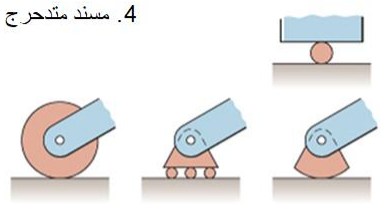
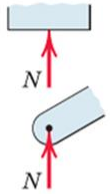
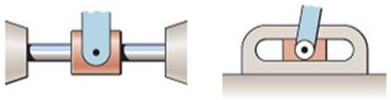
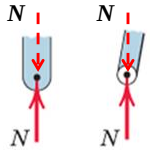
- المسند المتدحرج: مسند قابل للدوران في مكانه والحركة في اتجاه X، لكنه ممنوع من الحركة في الاتجاه الآخر Y لينتج رد فعل $\mathbf{F_y}$.
- المسند الثابت: مسند قابل للدوران في مكانه لكنه ممنوع من الحركة في الاتجاهين X و Y، وينتج ردي الفعل $\mathbf{F_x}$ و $\mathbf{F_y}$.
- المسند الموثوق: غير قابل للدوران في مكانه، وممنوع من الحركة في الاتجاهين X و Y ، لينتج ثلاث ردود أفعال $\mathbf{F_x}$ و $\mathbf{F_y}$ وعزم حول $\mathbf{M_z}$ حول المحور Z.



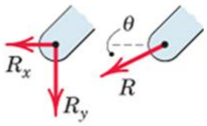
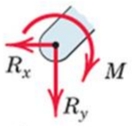
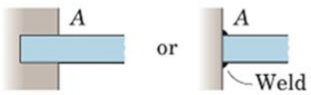
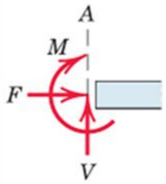
أشكال المساند وردود الفعل

تمثيل القوة المطبقة على الجسم	طبيعة التماس ومصدر القوة
قوة التماس ضاغطة وناظمية على السطح 	1 . سطح أملس
في الأسطح الخشنة يتولد رد فعل مائل R مركباته قوة ناظمية N على سطح الاستناد وقوة مماسية F تقاوم قوى الاحتكاك 	2 . سطح خشن
القوة المطبقة من الحبل المرن قوة شادة للجسم 	3 . عنصر حبلي مرن 

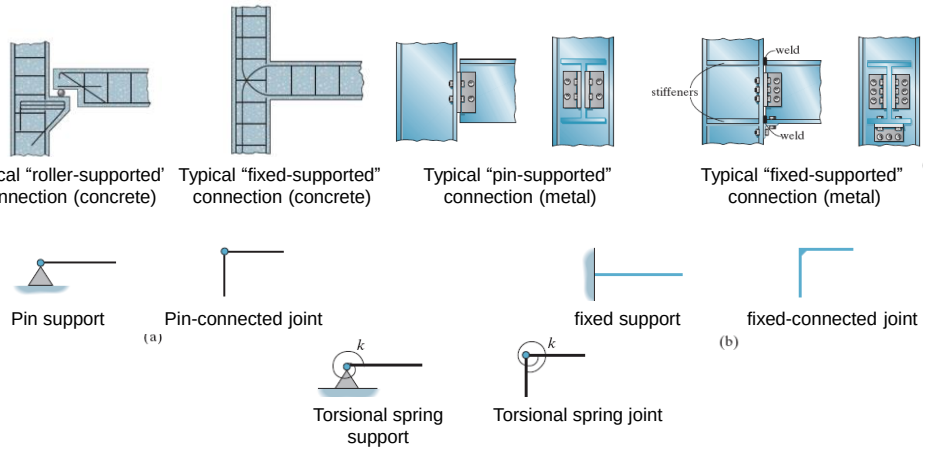
أشكال المساند وردود الفعل

4. مسند متدحرج 	 سطح استناد اسطواني يولد رد فعل ناظمي N على سطح الاستناد
5. مسند منزلق موجه  يسمح المسند بتبدل اتجاه رد الفعل	 مسند منزلق موجه الحركة يولد قوة ناظمية N على سطح الاستناد

أشكال المساند وردود الفعل

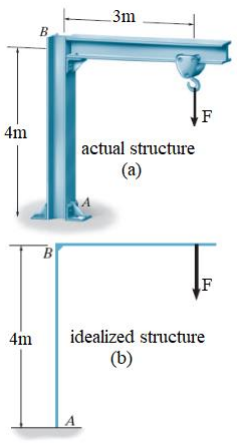
6. مفصل متحرك	مفصل حر الدوران  المفصل حر الدوران يولد رد فعل مائل R بزاوية θ، له مركبة ناظمية R_y على سطح الاستناد ومركبة مماسية للسطح R_x. يسبب المفصل المقيد جزئياً عزماً جزئياً M حول محو المفصل مفصل مقيد الدوران 
7. مسند ثابت (موثوق) 	 المسند الثابت غير قابل للدوران، ينقل رد فعل مائل R مركباته القوة المحورية F وقوة قص V إضافة لمزدوجة عزم M

نماذج من المفاصل التنفيذية



الأجسام المقررة – في المستوي

الأجسام المقررة: يتم تحديد قوى ردود الفعل المجهولة في مساند جسم ساكن ومستقر بواسطة معادلات التوازن $\Sigma\vec{X}=0 \quad \Sigma\vec{Y}=0 \quad \Sigma\overrightarrow{M_z}=0$



تكون درجات عدم التقرير لأي جملة إنشائية مساوية J=r-3n، حيث:

j = درجة عدم التقرير،

n = عدد العناصر المكونة للجسم،

r = مجموع ردود الفعل المطبقة في نهايات عناصر الجسم.

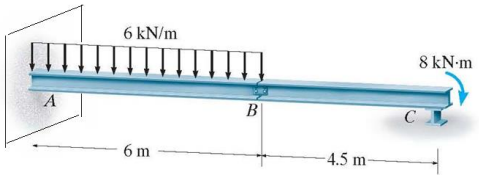
في المثال الموضح جانباً:

$J=r-3n=3-3x1=0$

ملاحظة:

مجموع العناصر الإنشائية المكونة لجسم واحد تعامل معاملة العناصر الإنشائي الواحد.

الأجسام غير المقررة – في المستوي



J=r-3n=4-3x1=1

المنشآت غير المقررة: تقسم إلى منشآت مستقرة ومنشآت غير مستقرة

في المنشآت غير المقررة غير المستقرة: يكون عدد قوى ردود الفعل المجهولة r في مساند الجسم أقل من عدد معادلات التوازن n=3

في المنشآت غير المقررة المستقرة: يكون عدد قوى ردود الفعل المجهولة r في مساند الجسم أكبر من عدد معادلات التوازن n=3

يكتب عدد درجات عدم التقرير $j=r-3x1$

لدراسة القوى والأفعال لمنشأة غير مقررة فإنه يلزم معادلات إضافية تساوي درجات عدم التقرير، غالباً ما تكون معادلات شرطية تتعلق بانتقال المساند .

التقرير الداخلي والتقرير الخارجي

تعالج المنشآت وفق منظورين:

- التقرير وعدم التقرير الخارجي، حيث ينظر للمنشأة كجسم واحد.
- التقرير وعدم التقرير الداخلي، حيث تعالج المنشأة كمجموعة عناصر، تشكل الجسم، تخضع لمبادئ توازن الأجسام الصلدة، الذي ينص على أن أي جزء من جسم متوازن هو جسم متوازن.

يُحدد التقرير من عدمه، داخلياً وخارجياً، بذات المفهوم الذي يربط بين عدد المجاهيل مع عدد معادلات التوازن الساكن.

في الأجسام المركبة من عدة عناصر تكون درجات عدم التقرير مساوية

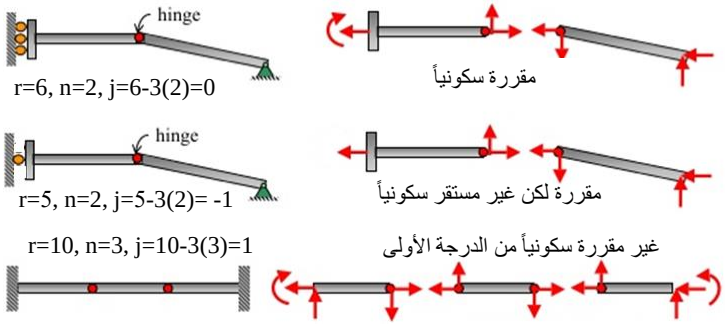
$$J = r-3n$$

حيث: n = عدد العناصر المكونة للجسم، r = مجموع ردود الفعل المطبقة في نهايات عناصر الجسم، j = درجة عدم التقرير.

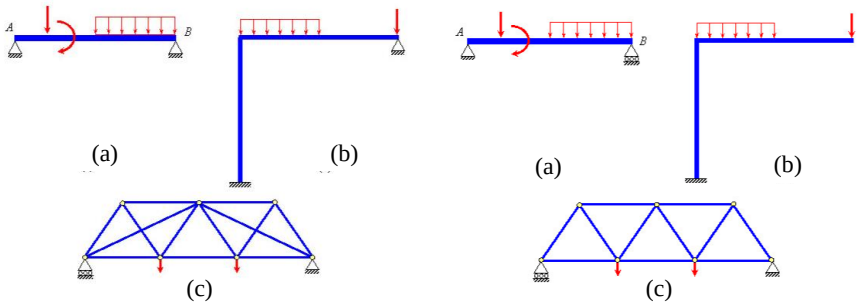
الأجسام البسيطة والأجسام المركبة – في المستوي

أجسام بسيطة

أجسام مركبة



الأجسام المقررة وغير المقررة – في المستوي



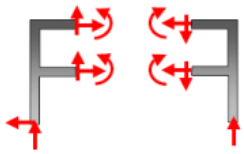
أجسام مقررة خارجياً r=0

r=0 في a, b, c

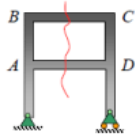
أجسام غير مقررة داخلياً r >0

في a r=1 خارجي
في b r=2 خارجي
في c r=2 داخـلي

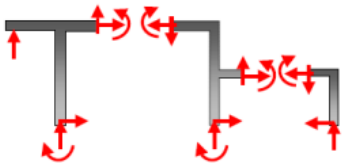
الأجسام المقررة وغير المقررة – في المستوي



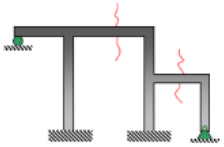
الجسم غير مقرر خارجياً
الجسم غير مقرر داخلياً من الدرجة 3



r=3, n=1, j=3-3(1)=0
r=9, n=2,j=9-3(2)=3

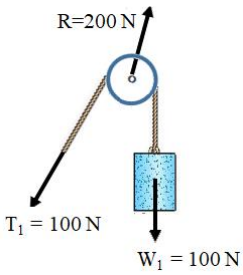


الجسم غير مقرر خارجياً من الدرجة 6
الجسم غير مقرر داخلياً من الدرجة 6

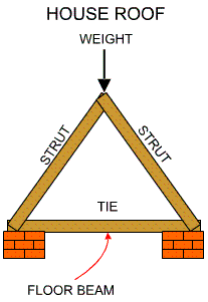


r=9, n=1, j=9-3(1)=6
r=15, n=3, j=15-3(3)=6

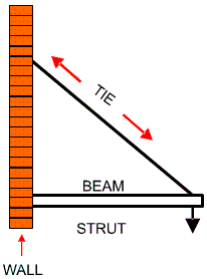
خصائص بعض العناصر الإنشائية



تعمل البكرة الوحيدة على تغيير اتجاه القوة المطبقة مع الحفاظ على شدة القوة

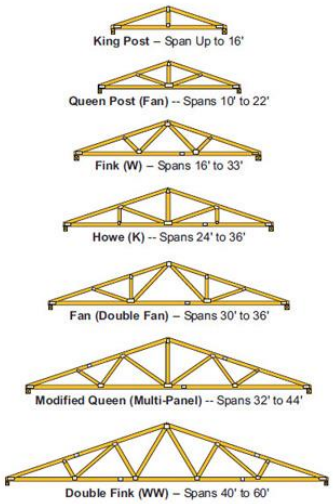


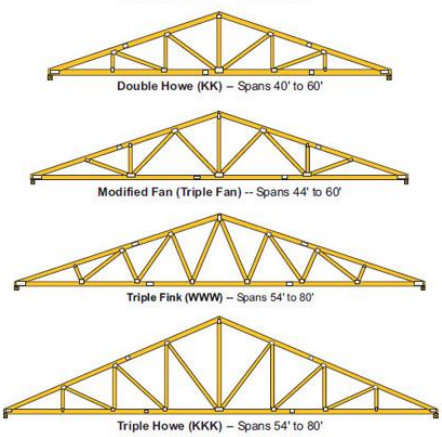
العنصر المحوري يتحمل الضغط والشد

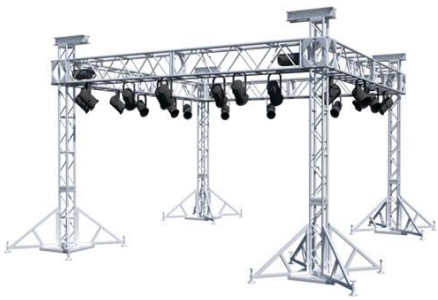


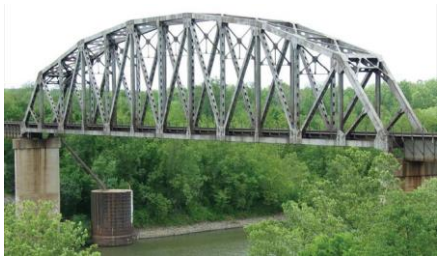
العنصر الحبلي: الحبل أو السلاسل تتحمل الشد فقط

نماذج عن الجوائز الشبكية

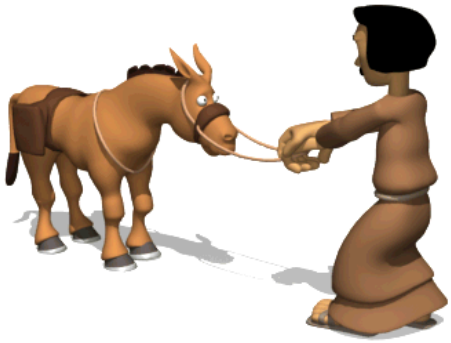




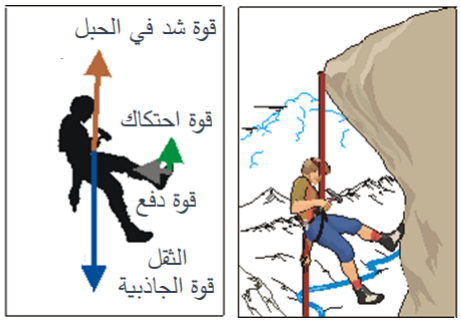




توازن جملة القوى



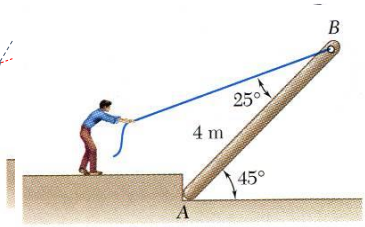
الجسم المقيد والجسم الطليق



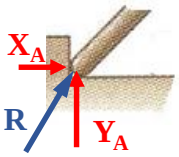
الجسم المقيد:
هو جسم ساكن ومستقر بمكان وجوده بواسطة المساند أو وسائل ارتباطه بأجسام أخرى، بحيث لا تستطيع القوى الخارجية المطبقة عليه تحريره من مكانه.

الجسم الحر أو الطليق:
هو جسم اعتباري ساكن ومستقر بمكان وجوده بواسطة القوى الخارجية المطبقة عليه وردود الفعل الناشئة في المساند أو وسائل ارتباطه بأجسام أخرى.

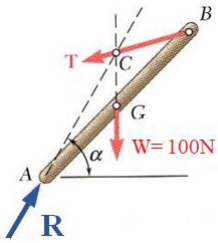
مثال 7

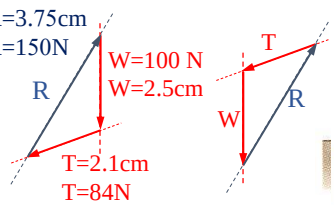


يطبق العامل قوة شد في حبل لرفع عمود خشبي طوله L=4m، ووزنه W=100 N. أوجد تخطيطياً قوة الشد في الحبل ورد الفعل في المسند A.



ردود الفعل عند A بحكم طبيعة الاستناد





الحل: نرسم القوة W=100N بقياس 2.5cm

من مخطط الجسم الطليق نرسم حوامل القوى

- الوزن W وقوة الشد في الحبل محددة الحوامل التي تتقاطع في النقطة C. باعتبار الجسم ساكن ومستقر **فحامل رد الفعل R في A يمر حكماً في C.**
- من وجهة أخرى فإن R لا بد وأن تغلق المخطط الشبكي لجعل محصلة مجموع القوى مساوي للصفر.
- يتم قياس كل من T و R و α

• T=84 N R=150 N α=58°

الحل بطريقة قانون Sin

من الرسم أدناه نبحث عن القيم اللازمة للحساب:

الزاوية بين قوة الشادة T والشاقول BF 20°+45°=65°

النقطة E هي مسقط مركز الثقل G والمسافة AE=EF=1/2 AF

AF=AB.cos 45°=(4m)cos45°=2.828m

CD=AE=AF/2=2.828/2=1.414m

BD=CD.cot(65°)=1.414 cot(65°)=0.515m

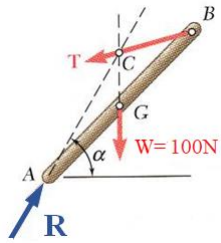
CE=BF-BD=2.828-0.515=2.313m

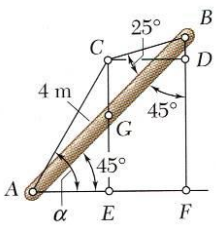
tanα=CE/AE=2.313/1.414=1.636

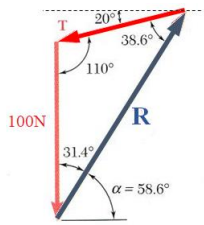
α=58.6° →

$\hat{R} = 110^{\circ}\ \hat{T} = 31.4^{\circ}\ \hat{W} = 38.6^{\circ}$

→ T=83.5 N R=150.6N





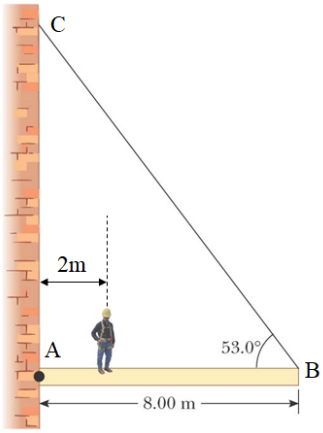


$$\frac{T}{\sin 31.4^{\circ}} = \frac{R}{\sin 110^{\circ}} = \frac{100}{\sin 38.6^{\circ}}$$

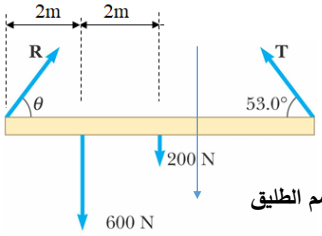
4 - 86

مثال 8 (توازن جملة القوى)

- جسر مستند في A على الحائط بواسطة مسند مفصلي، ومرتبط بشداد حبلي في B نهايته في C.
- يقف عامل وزنه 600N على بعد 2 متر من A.
- أوجد قيمة قوة الشد في الحبل BC، وشدة واتجاه القوة المتولدة في المفصل A. وزن الجسر 200N وينطبق في مركزه.
- أوجد قيمة رد الفعل R المسند A، وميله مع المحور الأفقي.



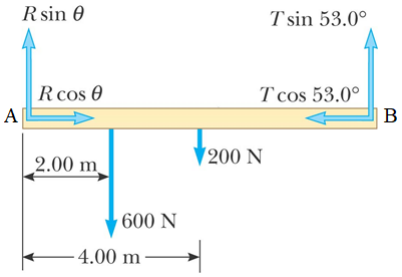
مخطط الجسم المقيد



مخطط الجسم الطليق

ملاحظة: يتحمل العنصر الحبلي قوى شد فقط

تكتب مركبات القوى بحسب المحاور X و Y



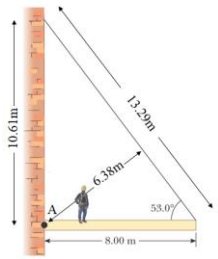
من معادلات التوازن في المستوي

$\Sigma\vec{X} = 0,$

$\Sigma\vec{Y} = 0,$

$\Sigma\overrightarrow{M_{(b)}} = 0$

المجاهيل: R، T، θ



$\Sigma\vec{X} = 0,$

$R\cos\theta + T\cos 53.0° = 0$

$\Sigma\vec{Y} = 0,$

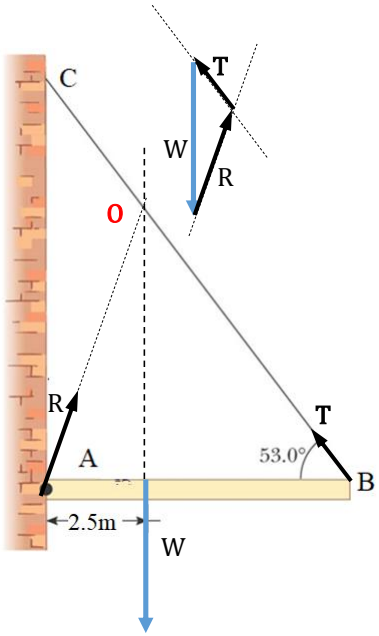
$R\sin\theta + T\sin 53.0° + 600N + 200N = 0$

$\Sigma\overrightarrow{M_{(b)}} = 0$

$-R\sin\theta + 200N.4m + 600N.6m = 0$

الجواب

$T=313{,}45N,\ R=582.36N,\ \theta=71.1^0$



الطريقة التخطيطية

موضع تطبيق المحصلة W للقوتين 200N و 600N نسبة للمسند A

عزم القوتين يساوي عزم محصلتهما W حول المسند A

$$\Sigma M_A = 0$$

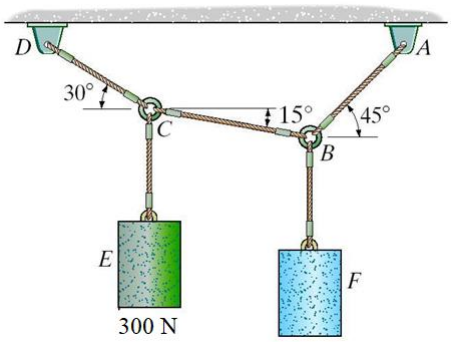
$$W.x = +200N.4m + 600N.2m$$

$$(600+200).x = +200N.4m + 600N.2m$$

$$X=2.5m$$

- حامل قوة الشد في المسند B منطبق على الحبل BC
- في حال جسم ساكن ومستقر يجب أن تتلاقى جميع القوى في نقطة واحدة O، وتكون قيمة محصلة هذه القوة مساوية للصفر
- من تقاطع حامل القوة W مع حامل الحبل BC يتم تحديد حامل رد الفعل في A، بحيث يمر من O.
- نرسم مخطط الجسم الطليق للقوى الثلاث W, R, T
- بالقياس نحدد طويلة القوة T و R وميل حامل رد الفعل R

مثال 9

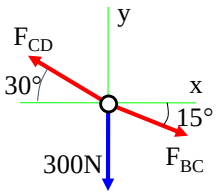


أسطوانتان E في C و F في B محملتان بواسطة مشدات حبلية، حققتا التوازن المبين بالشكل.

1. إذا علمت أن وزن الأسطوانة E مساوٍ 300N، أوجد تفصيل القوى المطبقة في أحبال التحميل، ووزن الأسطوانة F.
2. ارسم مخطط الجسم الحر في C.
3. أتمم الرسم التخطيطي وحدد قيمة القوى (F_{CB} & F_{CD}).
4. بمعرفة F_{CB} كرر العملية على العقدة B.

العقدة C

باعتبار الحوامل حبلية فإن جميع القوى في العقدة C هي قوى شد



مخطط الجسم الطليق في C

$$+\rightarrow \Sigma F_x = F_{BC}\cos 15^o - F_{CD}\cos 30^o = 0$$

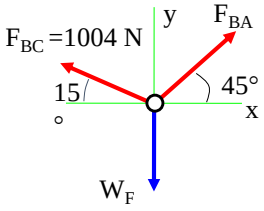
$$+\uparrow \Sigma F_y = F_{CD}\sin 30^o - F_{BC}\sin 15^o - 300 = 0$$

بحل المعادلتين نصل إلى:

$$F_{BC} = 1006.7 \text{ N}$$

$$F_{CD} = 1123.6 \text{ N}$$

العقدة B



مخطط الجسم الطليق في B

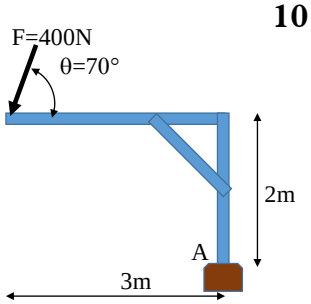
$$+\rightarrow \Sigma F_x = F_{BA}\cos 45° - 1006.7\cos 15° = 0$$

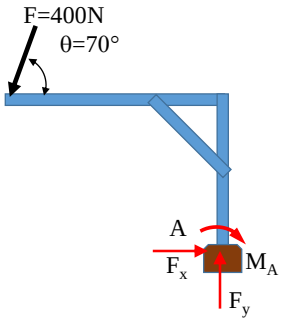
$$F_{BA} = 1375.4 \text{ N}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = F_{BA}\sin 45° + 1006.7\sin 15° - W_F = 0$$

$$W_F = 1233.0 \text{ N}$$

مثال 10





إطار موثوق في A، أبعاده مبينة بالشكل،

يتعرض لقوة F=400N تميل على العارضة الأفقية بزاوية θ=70°.

أوجد قيمة العزم في A

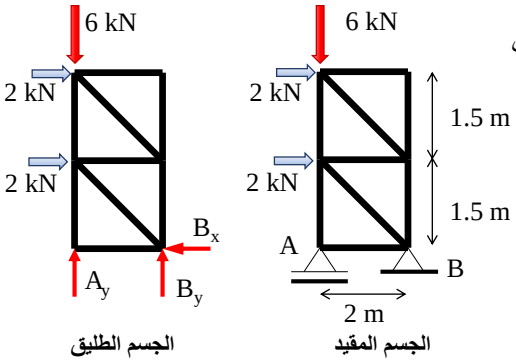
$$+\uparrow F_y = -400\sin(70°)\text{N} = 375.8\text{N}$$

$$+\rightarrow F_x = -400\cos(70°)\text{N} = 136.8\text{N}$$

$$-\widehat{M}_A = \{(400\cos 70°)(2) + (400\sin 70°)(3)\} = -1160.17 \text{ N·m}$$

مثال 11

برج مكون من عناصر معدنية مستند على مسند متدحرج A ومسند مفصلي B، يتعرض للقوى المبينة بالشكل.
احسب قيم ردود الفعل في A و B



$\Sigma\overrightarrow{M_{(b)}} = 0$

$2kN \times 6m - 2kN \times 3m - 2kN \times 1.5m - A_y \times 2m = 0, \quad \rightarrow A_y = 1.5\ kN$

$\Sigma\vec{X} = 0 \rightarrow B_x = 4.0\ kN$

$\Sigma\vec{Y} = 0 \rightarrow B_y = 4.5\ kN$