جامــعة دمــشق
كليـــــــة الهندسة المدنية
قسم هندسة النقل ومواد البناء

المنحنيات الانتقالية

هندسة الطرق

المحاضرة 6

محتوى المحاضرة:

مقدمة

معادلة المنحني الانتقالي

استخراج معادلة نصف قطر المنحني الانتقالي

معادلة الكلوتوئيد

معادلات حساب العناصر الأساسية في الكلوتوئيد

مسألة

مقدمة

- تتغير شروط حركة السيارة لحظة دخولها من الجزء المستقيم إلى المنحني في المسقط الأفقي بسبب تعرضها للقوة النابذة ويعمد السائق عادة إلى تقليل السرعة عند دخوله على المنحنيات ذات أنصاف الأقطار الصغيرة $R<600m$ كونها تحقق درجة أمان أقل لسرعة الحركة.
- وحتى لا تتغير شروط الحركة بشكل فجائي الأمر الذي يترك شعوراً بعد الارتباح لدى الركاب أو قد يؤدي إلى إمكانية انزلاق السيارة فأننا نُدخل بين الاستقامة والمنحني الدائري ذي نصف القطر الصغير ما يسمى **المنحني الانتقالي**.
- أي لدى تحرك المركبات على الطرق فأن أهم متطلبات السلامة التي يجب توفرها بالإضافة إلى عنصر الراحة هو تأمين المسار الذي يوفر مرور المركبات بسرعة ثابتة.

هذا الوضع تحققه المسارات الكلوتوئيدية.

المنحنيات الانتقالية:

كل منحني يتغير نصف قطره باستمرار وانتظام بشكل يتوافق مع قيم تزايد عامل القوة الكامنة وتغير سرعة المركبة.

- للمنحني الانتقالي أنواع عدة سندرس منها نوعين فقط:

1. منحني الفرملة.
2. ومنحني الكلوتوئيد.

- إن الكلوتوئيد بالذات هو أكثر المنحنيات الانتقالية انتشاراً في تصميم الطرق لتحقيق الميزات الحركية والهندسية.
- في الوقت الحاضر إزداد تصميم الكلوتوئيد انتشاراً ليس فقط كمسقط أفقي ولكن أيضاً كمقطع طولي.

معادلة المنحني الانتقالي:

- لاستخراج معادلة المنحني الانتقالي نأخذ الشرطين التاليين اللذان يحققان أمان الحركة وراحتها.

الشرط الأول: تنخفض سرعة السيارة من v_s على الاستقامة حتى v_c حين وصولها إلى المنحني الدائري، بشكل منتظم تتناسب طرداً مع الزمن اللازم على المنحني الانتقالي وبقيمة ثابتة مقبولة للتسارع السالب (التباطؤ) مقدارها a.

$$a = \frac{v_s - v_c}{T}$$

v_s السرعة على الاستقامة.

v_c السرعة على المنحني الدائري.

T الزمن اللازم لقطع المسافة على المنحني الانتقالي

<u>الشرط الثاني:</u> يتزايد التسارع النابذي بشكل نتظم يتناسب طرداً مع الزمن اللازم لقطع المسافة على المنحني الانتقالي أي:

$$\frac{V_r^2}{r} = J * t$$

r نصف قطر المنحني الانتقالي في النقطة التي تمر من خلالها السيارة يعد t ثانية من دخولها عليه والتي تقع على بعد L من بدايته.

J تزايد التسارع النابذي.

- نعين أولا قيمة العاملين a و J:
- يمكننا أن نكتب من شروط حركة التباطؤ المنتظم أن الزمن اللازم لقطع المنحني الانتقالي الذي طوله يساوي L:

$$T = \frac{L}{\frac{v_s + v_c}{2}} = \frac{2L}{v_s + v_c}$$

- بتعويض قيمة T بما يساويها في علاقة a نحصل على :

$$a = \frac{v_s - v_c}{\frac{2L}{v_s + v_c}} = \frac{v_s^2 - v_c^2}{2L}$$

ومن أجل شروط نهاية المنحني الانتقالي أي:

$$V_r = v_c \quad , R = r \, , T = t$$

$$\frac{v_C^2}{R} = J * T = J * \frac{2L}{v_s + v_C}$$

$$J = \frac{v_c^2 (v_s + v_c)}{2RL}$$

استخراج معادلة نصف قطر المنحني الانتقالي :

- بالتشابه مع معادلة ال a يمكن أن نستنتج أن الزمن t اللازم للوصول إلى نقطة ما من المنحني الانتقالي يساوي:

$$t = \frac{v_s - v_r}{a}$$

وبما أن $\frac{Vr^2}{r} = J * t$ بالتالي:

$$\frac{V_r^2}{r} = J * t = J * \frac{v_s - v_r}{a}$$

$$r = \frac{a * v_r^2}{J(v_s - v_r)}$$

وبالتعويض في المعادلة السابقة بقيم J,a بما يساويها بالعلاقات نحصل على:

$$r = \frac{R * (v_s - v_c) * \left(v_s^2 - \frac{l}{L}(v_s^2 - v_c^2)\right)}{v_c^2 * \left(v_s - \sqrt{v_s^2 - \frac{l}{L}(v_s^2 - v_c^2)}\right)}$$

وبفرض أن: $\frac{l}{L} = x$ و $\frac{r}{R} = y$ و $\frac{v_s}{v_c} = n$

$$y = \frac{(n-1)\left(n^2 - x(n^2-1)\right)}{n - \sqrt{n^2 - x(n^2-1)}}$$

- ونسمي هذا المنحني **بمنحنى الفرملة** ومن المفيد جداً استخدام هذا المنحني عند التحام الطرق في التقاطعات على مستوى واحد أو في مستويات مختلفة وعلى المنحنيات ذات أنصاف الأقطار الصغيرة في المناطق الجبلية.

- أما على الطرق ذات الدرجات العالية (I,II,III) فأن السيارات يجب أن تسير بدون تخفيض للسرعة لذلك نستخدم منحنيات انتقالية تختلف نوعاً ما عن منحني الفرملة، وعندها يمكن الحصول على معادلة المنحني الانتقالي المطلوب إذا بدلنا في المعادلة الأخيرة بـ n=1 أي أصبح $v_s = v_c$ و أزلنا حالة عدم التعيين للمعادلة أي:

$$r = \frac{R * L}{l} = \frac{C}{l} \rightarrow C = r * l$$

حيث تمثل المعادلة السابقة معادلة الكوتوئيد (الراديوئيد أو حلزون كورينو) الذي يعد المنحني الانتقالي الأساسي المستخدم على الطرق في الوقت الحاضر، وكما نرى من المعادلة فأن أنصاف أقطار الانحناء يتناسب عكساً مع طوله l ، ويجري تحديد طول المنحني الانتقالي بحيث تتزايد القوة النابذة خلال قطع المنحني ببطْ شديد يجب أن تكون J أي سرعة تزايد التسارع النابذي أقل من القيمة التي تسبب شعوراً مزعجاً للركاب و تتراوح قيمة ال J المأخوذة من $(1-0.3\, m/S^3)$ ونعتمد نحنا على قيمة $j = 0.8\, m/S^3$.

إن المدة الزمنية اللازمة لقطع المنحني الانتقالي التي تتزايد خلالها قيمة الستارع النابذي بشكل منتظم من الصفر حتى v^2/R يمكن استنتاجها من المعادلة $\frac{vr^2}{r} = J * t$ من أجل شروط نهاية المنحني الانتقالي:

$$T = \frac{v^2}{J * R}$$

حيث V سرعة السيارة وتقدر ب (m/s)

وعليه فأن طول المنحني الانتقالي يساوي :

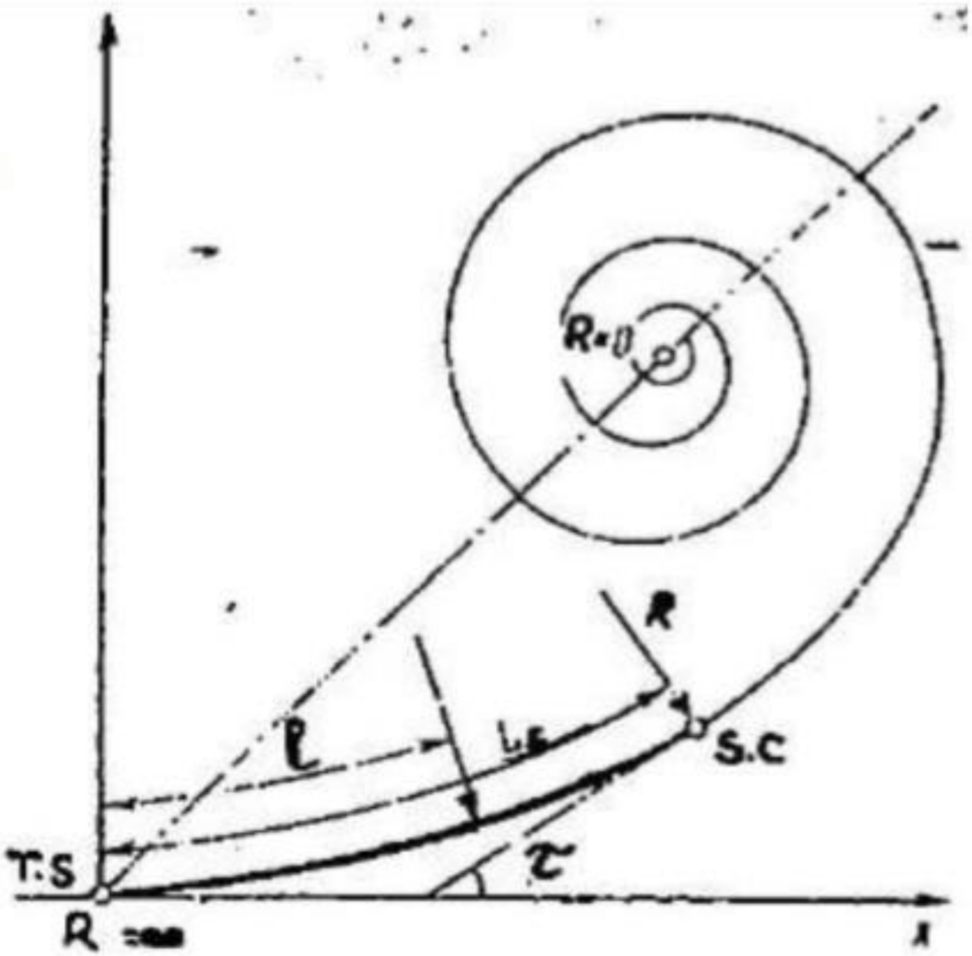
$$L_s = v * T = \frac{v^3}{R * J}$$

ويصبح شكل المعادلة إذا كانت V(km/h):

$$L_s = \frac{v^3}{47 * R * J}$$

يجري عادة إدخال المنحنيات الانتقالية على الطرق ذات أنصاف الأقطار الأقل من 2000m

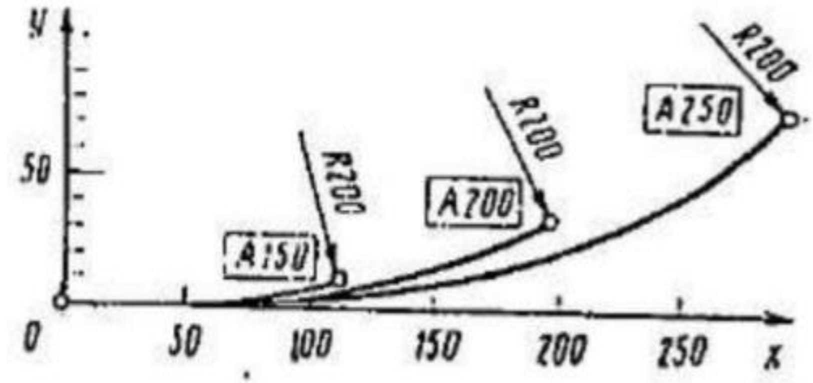
معادلة الكلوتوئيد:



شكل (٤ـ٧)
المنحنى الانتقالي (الكلوتوئيد)

إن الكلوتوئيد هو حلزون يتغير نصف قطره بشكل تدريجي من $R = \infty$ في نقطة بدايته عند النقطة 0 حتى $R = 0$ في نهايته.

ونستخدم عادة أثناء التصميم الجزء الأول من الكلوتوئيد كمنحني انتقال أو كانحناء مستقل بدءاً من نقطة البداية $R = \infty$ وحتى قيمة معينة R على مسافة L_S من بداية الكلوتوئيد.



الشكل (٤ـ٨)

تغير انحناء الكلوتوئيد مع تغير العامل A

- وكما رأينا سابقاً يمكن التعبير عن الكلوتوئيد رياضياً بالمعادلة التالية:

$$r = \frac{c}{l}$$

حيث:

r نصف قطر الانحناء لنقطة ما من المنحني الانتقالي تبعد عن بدايته مسافة l.

C ثابت يسمى ثابت الكلوتوئيد ويساوي من أجل نهاية الجزء المستخدم من الكلوتوئيد:

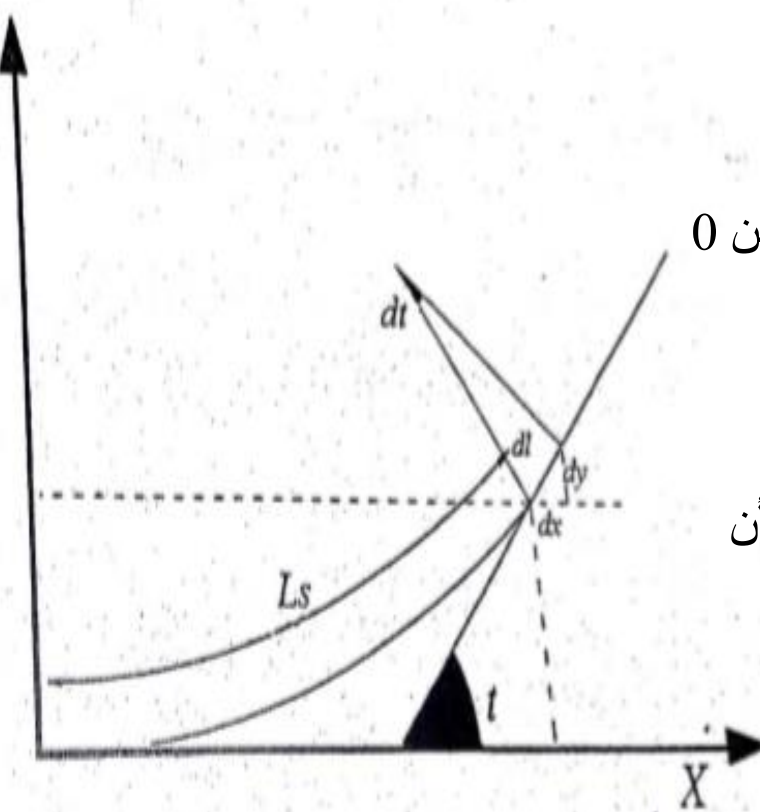
$$C = R * L_s = A^2$$

R نصف قطر الانحناء في نهاية الجزء المستخدم منه.

L_s طول الجزء الميتخدم منن الكلوتوئيد.

ويعبر العامل A عن درجة تغير انحناء الكلوتوئيد، بمعني أنه لو كان لدي منحني نصف قطره 200 سيكون له عامل A قيمته 150m ، وعندما كان لدي منحني بنفس نصف القطر 200, وكان اسيابته أكبر فأن قيمة A ستكون أكبر من 200m وهكذا......

ويتم التعبير عن الكلوتوئيد في الإحداثيات (X,Y) و زاويته τ (الزاوية المحصورة بين مماس نهاية الجزء المستقيم من الكلوتوئيد و محور الفواصل) انطلاقاً من الشكل الحسابي التالي:



$$dl = r\,d\tau \rightarrow \frac{dl}{d\tau} = r = \frac{c}{l} \rightarrow l \cdot \mathrm{d}l = c \cdot \mathrm{d}\tau$$

وبأخذ تكامل الطرفين من مجال 0 وحتى 1 للطرف الأيسر و من 0 وحتى τ للطرف الأيمن نجد :

$$\int_0^1 l\,dl = \int_0^\tau C\,d\tau \rightarrow \frac{l^2}{2} = C * \tau + \mathrm{const}$$

وبما أن شروط البداية هي عندما تكون $l = 0$ فأن $\tau = 0$ فأن ثابت التكامل يساوي الصفر ومنه:

$$l^2 = 2C\tau \rightarrow \tau = \frac{l^2}{2C}$$

وبعويض قيمة عامل الكلوتوئيد من العلاقة $C = R * L_s$

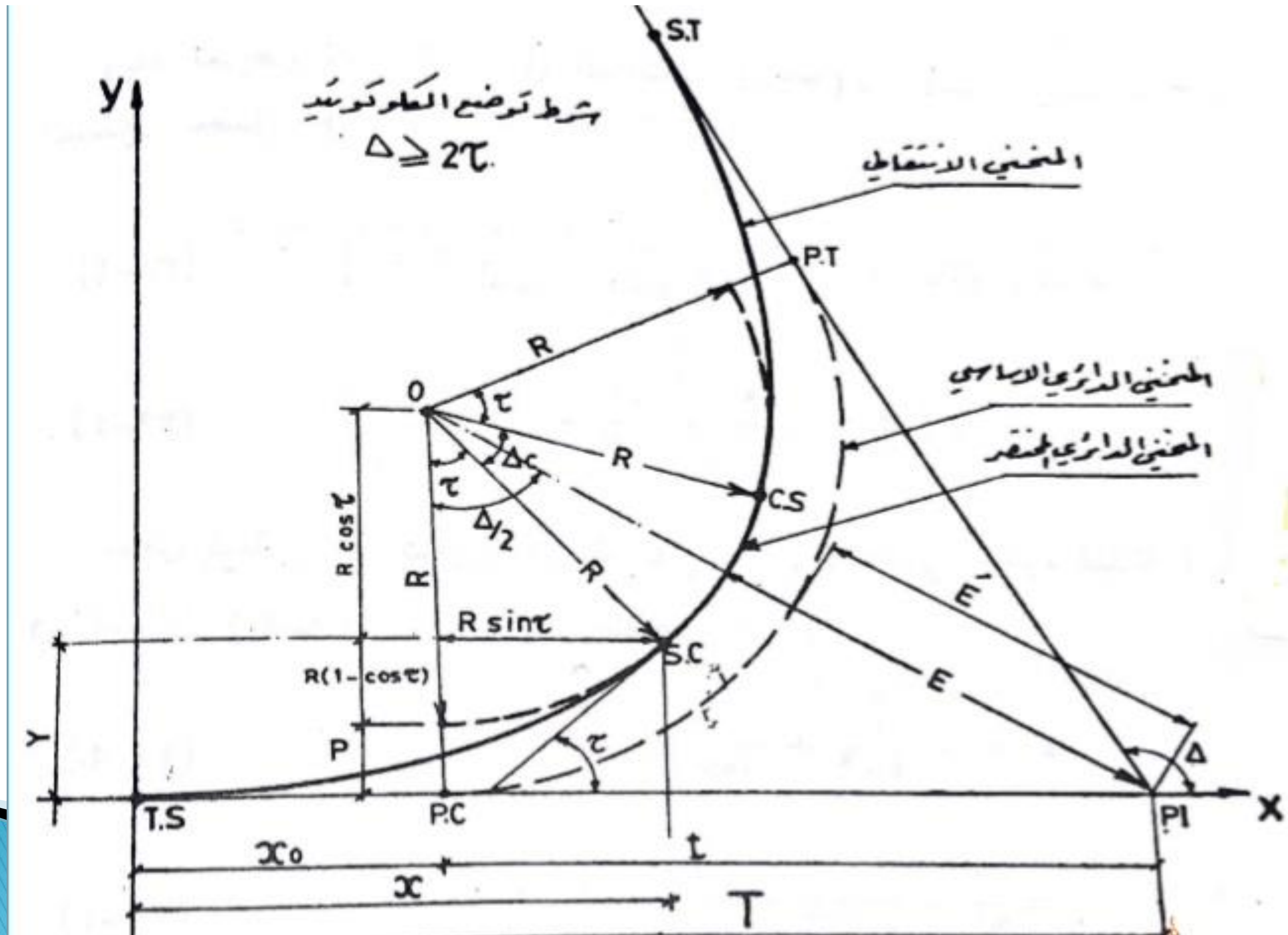
$$\tau = \frac{l^2}{2RL_s} = \frac{L_s}{2R}$$

إذاً:

- عندما تكون السرعة متناقصة من v_S "على الاستقامة" إلى v_C "على المنحني الدائري" فأننا نستخدم منحني الفرملة وذلك في الطرق ذات الدرجات المنخفضة حيث يكون تناقص السرعة مسموح.
- عندما تكون السرعة ثابتة حيث $v_S = v_c$ فأننا نستخدم منحني الكلوتوئيد "المنحني الحلزوني" وذلك عندما يكون تناقص السرع غير مسموح به "طرق درجات أولى وثانية وثالثة"

معادلات حساب العناصر الأساسية في الكلوتوئيد:

نستخدم الحالة الأكثر شيوعاً وهي حالة الانحناء المكون من منحنيين انتقاليين (كلوتوئيدين متناظرين يحصران بينهما قوساً دائرياً.



شرح المخطط:

- ليكن لدينا مضلع ما ونريد أن ننشأ عليه منحني أفقي انتقالي، نبدأ بداية بالمنحني الدائري. حيث نحدد النقاط P.C و P.T ثم نرسم منهما عمودين لنحدد مركز المنحني الدائري الأساسي وهي نقطة تقاطعهما، ندخل المنحنيين الانتقاليين المتناظرين ليشكلا مع المنحني الدائري المختصر الانحناء الأفقي كاملاً (انتقالي , دائري , انتقالي) وليتشكل نتيجة لذلك الزاويتين τ_1 و τ_2

ولكن هنا $\tau_1 = \tau_2$ وليتشكل أيضاُ الزاوية ΔC

- نأخذ الآن المنحني الانتقالي ونحدد عليه العناصر:

المعطيات لدينا:

1. زاوية الدوران Δ وتكون إما بالراديان أو الدرجات أو الغراد.
2. نصف قطر المنحني الدائري R.
3. طول المنحني الانتقالي L_S

يتم حساب العناصر الرئيسية للانحناء وفق ما يلي:

- نحسب زاوية الكلوتوئيد بالراديان (الزاوية التي يصنعها المماس لنهاية الكلوتوئيد مع محور الفواصل)

$$\tau = \frac{L_s}{2R}$$

- نتحقق من إمكانية توضع الكلوتوئيد بواسطة العلاقة التالية : $\Delta \geq 2\tau$

1. نحسب عامل الكلوتوئيد: $C = R * L_s = A^2$
2. نحسب إحداثيات نهاية المنحني الانتقالي من المعادلتين:

$$X = L_s - \frac{L_s^5}{40C^2}$$

$$Y = \frac{L_s^3}{6c}$$

حيث $C = R * L_s$ و L_s طول الجزء المنحني الذي إحداثيات نهايته X,Y

3. نحسب مقدار إزاحة المنحني الدائري الأساسي P:

$$P = Y - R(1 - \cos\tau)$$

4. نحسب فاصلة مركز الدائرة:

$$X_0 = X - R\sin\tau$$

5. نحسب طول مماس المنحني الدائري الأساسي:

$$t = (R + P)\tan\left(\frac{\Delta}{2}\right)$$

6. نحسب طول مماس الانحناء:

$$T = X_0 + t$$

7. نحسب زاوية المنحني الدائري المختصر:

$$\Delta c = \Delta - 2\tau \qquad "Rad"$$

8. نحسب طول المنحني الدائري المختصر:

$$L_c = \frac{\pi R \Delta C}{200} \quad \text{"grad"} = \frac{\pi R \Delta C}{100} \quad \text{"}rad\text{“}$$

9. نحسب السهم:

$$E = (R+P)\left(\frac{1}{\cos\frac{\Delta}{2}} - 1\right) + P$$

10. نحسب التصحيح:

$$D = 2T - (2L_s + L_C)$$

<u>**ملاحظة**</u>: نسمي الانحناء المكون من منحنيين كلوتوئيديين متناظرين ومتماسين (أي لا يوجد منحني دائري مختصر) بالمنحني الكلوتوئيدي المضاعف حيث في هذه الحالة يكون:

$$\tau = \frac{\Delta}{2} \quad , \quad L_c = 0 \quad , \quad \Delta c = 0$$

لماذا حسبنا τ في البداية؟

لأن هناك شرط لتوضع زاوية الكلوتوئيد فإذا تحقق الشرط نكمل، وإذا لم يتحقق الشرط نتوقف عندها ويكون لدينا حلين أما نغير من قيمة نصف القطر أو أن نغير من قيمة طول المنحني فالشرط هو أن تكون قيمة ضعف الزاوية الكلوتوئيدية 2τ يجب أن تكون أصغر أو تساوي من قيمة زاوية الدوران Δ أي $\Delta \geq 2\tau$.

وفي هذه الحالة الخاصة للتناظر حيث نعلم أن الانحناء هو عبارة عن منحني انتقالي أول ثم منحني دائري مختصر ثم منحني انتقالي ثاني، فعندما يكون المنحنيين الانتقاليين منطبقين تماماً يكون الشرط كما ذكرنا سابقاً.

مسألة

احسب عناصر منحني أفقي مكون من منحنيين انتقاليين متناظرين ومنحني دائري مختصر بفرض أن:

R=1000m $\boldsymbol{L_s = 150m}$ $\boldsymbol{\Delta = 120^0}$

الحل:

نحول زاوية الدوران إلى راديان حتى نستطيع استخدامها في حساب عناصر المنحني:

$$\Delta = 120^0 = \frac{\pi * 120}{180} = 2.094 \ \ rad$$

تحسب زاوية الكلوتوئيد بالراديان:

$$\tau = \frac{L_s}{2R} = 0.075 \quad rad$$

نجد فيما إذا كان الشرط محقق: $\Delta \geq 2\tau \rightarrow 2.094 > 0.15$ فالشرط محقق.

نحسب عامل الكلوتوئيد:

$$C = R * L_s = 150000m^2$$

$$A = \sqrt{C} = \sqrt{150000} = 387.298m$$

نحسب إحداثيات نهاية المنحني:

$$X = L_s - \frac{L_s^5}{40C^2} = 149.91\, m$$

$$Y = \frac{L_s^3}{6C} = 3.75m$$

نحسب مقدار إزاحة المنحني الدائري الأساسي:

$$P = Y - R(1 - \cos\tau) = 2.44m$$

نحسب فاصلة مركز الدائرة:

$$X_0 = X - R\sin\tau = 148.61\, m$$

نحسب طول مماس المنحني الدائري الأساسي:

$$t = (R + P)\tan\left(\frac{\Delta}{2}\right) = 18.32m$$

نحسب طول مماس الانحناء:

$$T = X_0 + t = 166.93m$$

نحسب طول المنحني الدائري المختصر:

$$L_C = \frac{\pi * R * \Delta C}{180} = 36.55m$$

نحسب السهم:

$$E = (R + P)\left(\frac{1}{\cos\frac{\Delta}{2}} - 1\right) + P = 2.60m$$

نحسب التصحيح:

$$D = 2T - (2L_s + L_C) = -2.69\ m$$