بسم الله الرحمن الرحيم

المحاضرة الخامسة

تتمة الخواص الميكانيكية +مفاهيم في العمل و الطاقة ومسائل

كلية الهندسة المدنية – السنة الأولى

د. صبا عياش

تتناسب قوى الإجهاد τ طردا مع مقدار التشوه γ وفق العلاقة

$\tau = G\gamma$ (G معامل القص)

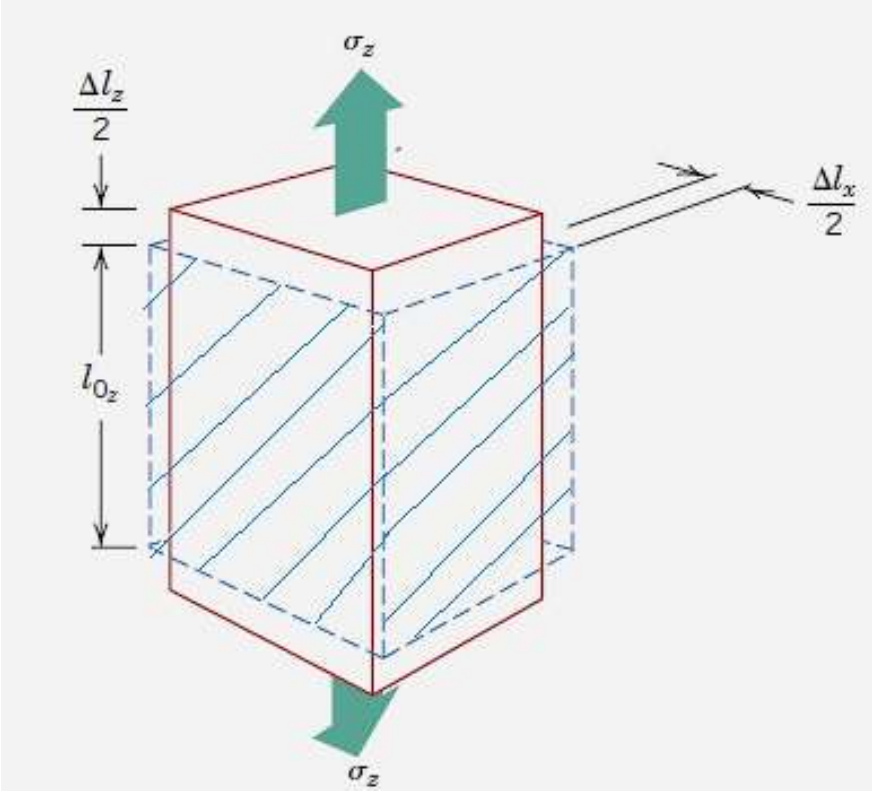
واحدة الإجهاد N/m^2 = Pascal

واحدات الإجهاد الأخرى Mpa,Psi

ماهي واحدة معامل القص

خصائص المرونة للمعادن

عند تطبيق إجهاد شدي على عينة معدنية ، يترافق الإجهاد مع استطالة نسبية في اتجاه الشد ε_z و تقلص في الاتجاهين X و Y (ε_x ، ε_y)بحيث يكون $\varepsilon_x = \varepsilon_y$



يطبق قانون $\sigma = Y\varepsilon$ في حالة الاستطالة وفق الاتجاهات X,Y,Z

معامل بواسون ν

تعرف نسبة بواسون بأنها نسبة التقلص الأفقي النسبي (ε_x) إلى الازدياد المحوري النسبي(ε_z) :

$$\nu = -\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_z} = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_z}$$

الاستطالة النسبية في الاتجاهين x و y (-)هي بعكس اتجاه الاستطالة النسبية في الاتجاه z(+).

قيمة ν موجبة دائما

توجد علاقة تربط بين

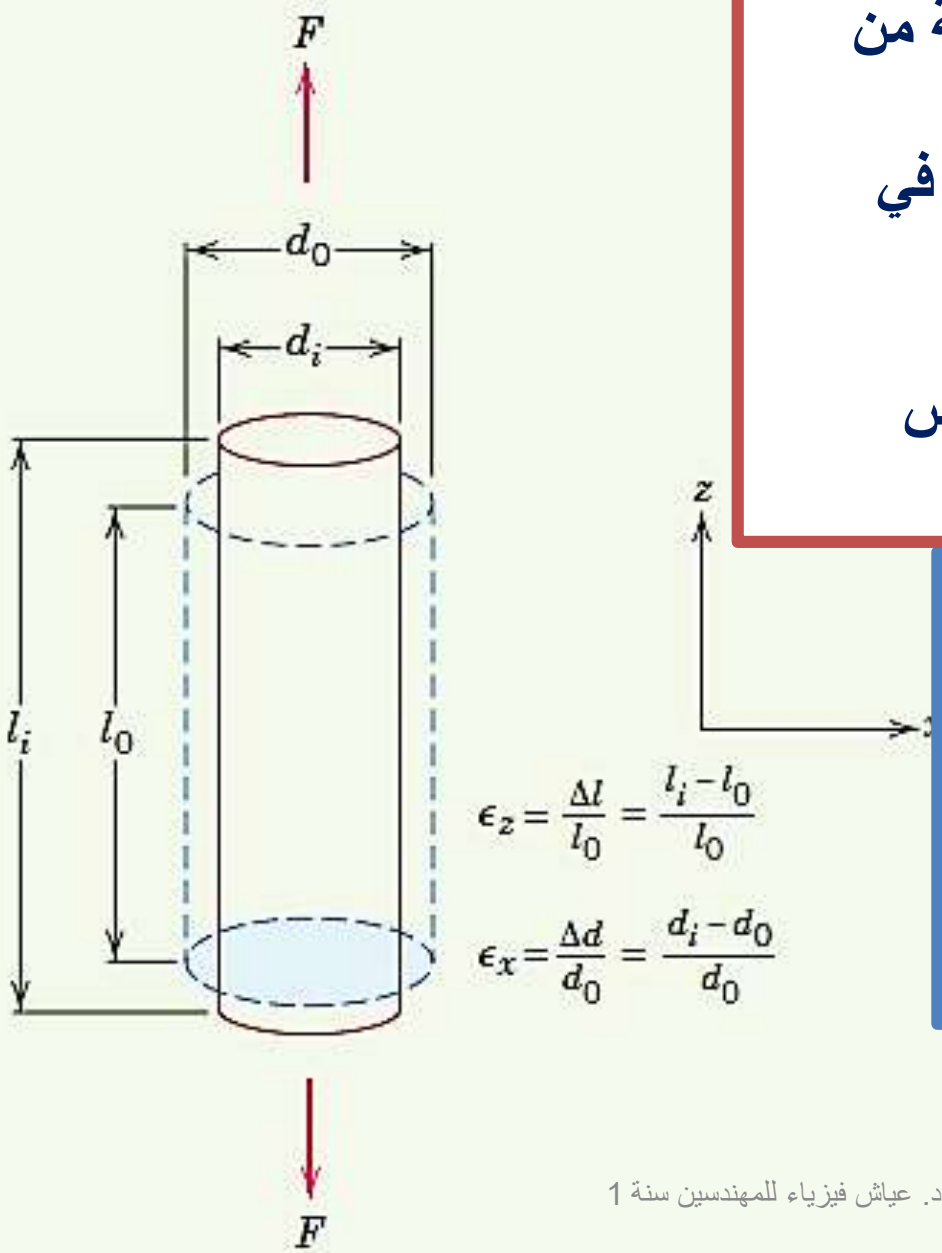
معامل القص G	معامل يانغ Y	نسبة بواسون ν

$$Y = 2G\,(1+\nu)$$

مثال محلول(صفحة 78)

$A_0=\pi(d/2)^2=3.14(10x10^{-3}/2)^2= 78.5x10^{-6}\ m^2$

نطبق إجهاد شدي على طول محور أسطوانة من النحاس الأصفر قطرها (10mm) ،
عين قيمة الحمولة المطلوبة لينتج لدينا تغير في القطر مقداره ($2.5x10^{-3}$mm) إذا اعتبرنا أن التشوه الحاصل تشوه مرن
$Y=10.1x10^4$Mpa ، معامل بواسون للنحاس الأصفر $\upsilon=0.35$



$$\epsilon_z=\frac{\Delta l}{l_0}=\frac{l_i-l_0}{l_0}$$

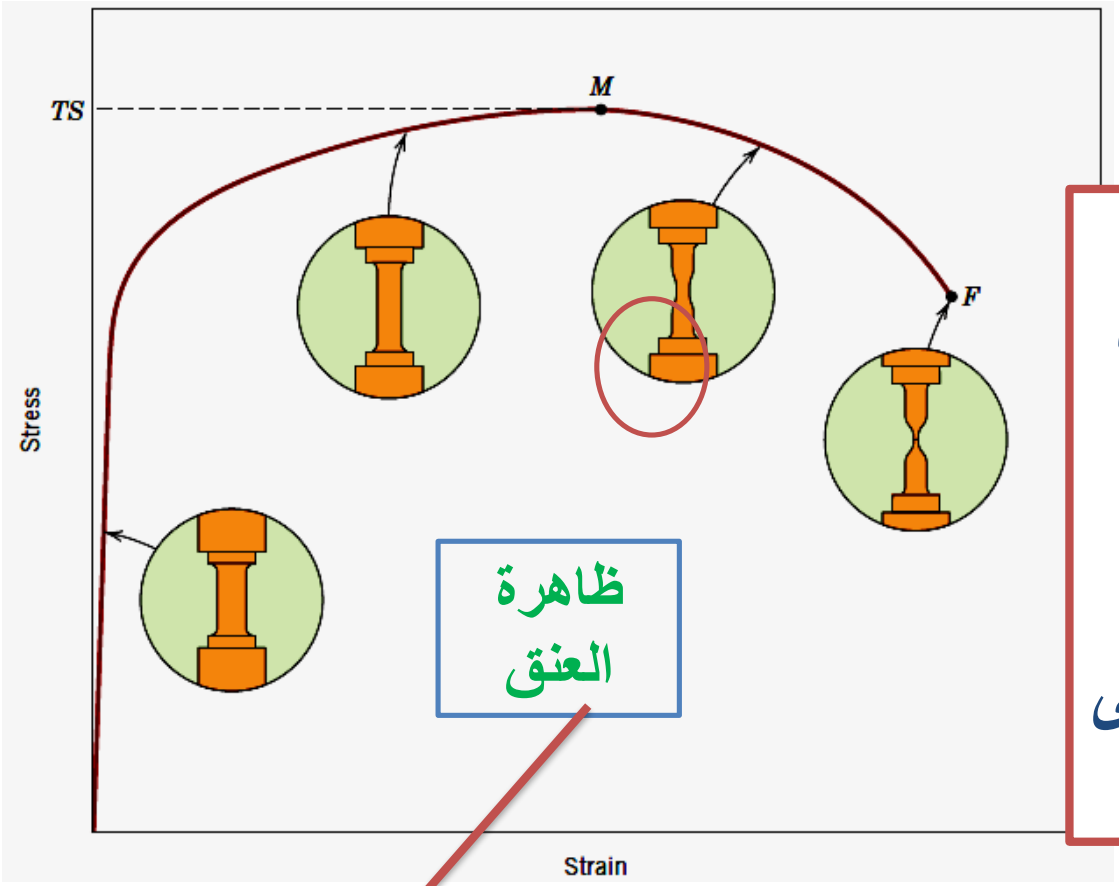
$$\epsilon_x=\frac{\Delta d}{d_0}=\frac{d_i-d_0}{d_0}$$

في هذه الحالة، تم تطبيق إجهاد شد على طول المحورZ أدى لاستطالة نسبية ε_z في اتجاه الشد و تقلصات نسبية مرنة في الاتجاه x (اتجاه نصف القطر هنا)

F=5660N

σ=72.1Mpa

مقاومة الشد

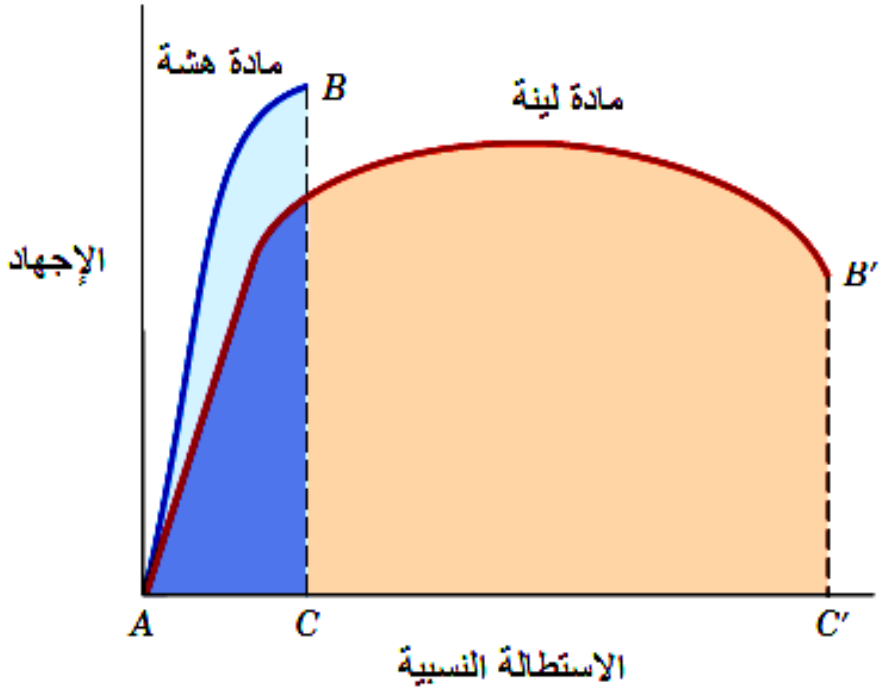


تعرف مقاومة الشد Ts بأنها النقطة التي يكون فيها الإجهاد أعظمي (في حالة الشد قبل انقطاع العينة) في المنحني إجهاد – استطالة نسبية وهي القيمة المقابلة للنقطة M على المنحني .

عند زيادة الطول يتناقص نصف القطر و يظهر اختناق و باستمرار تطبيق الإجهادات نحصل على منطقة تشوه ضعيفة و هشة تسهم بوصول المادة لنقطة الكسر (الانقطاع) – النقطة F

تقدر مقاومة الشد بواحدة Mpa

الليونة



خاصية ميكانيكية تقيس درجة التشوه اللدن الذي تتحمله المادة حتى تنكسر (تنقطع) وتقسم المواد وفقا لهذه الخاصية إلى :

مواد هشة / مواد لينة

تعبر الليونة عن النسبة المئوية للاستطالة ⇐ ليس لها واحدة

الرجوعية

تعرف الرجوعية بأنها مقدرة المادة على الاستعادة أو الرجوع لشكلها الأصلي بعد زوال القوة المؤثرة عليها أي قدرتها على امتصاص الطاقة خلال التشوه المرن .

إذا كان الإجهاد الذي يبدأ عنده تشوه عينة من خليطة النحاس تشوها لدنا هو 345Mpa و بفرض أن معامل المرونة لهذه الخليطة هو $10.3x10^4$ Mpa فأوجد :

- قوة الحمولة الأعظمية الواجب تطبيقها على عينة تملك مساحة مقطع عرضي $130mm^2$ قبل أن تتشوه تشوها لدنا
- الطول الأعظمي للعينة إذا كان طولها الأصلي 76mm و ذلك قبل أن تتشوه تشوها لدنا

σ_y = 345Mpa

A_0 = 130mm

Y = $10.3x10^4$ Mpa

L_0 = 76mm

قوة الحمولة الأعظمية مرتبطة بالإجهاد الذي يبدأ عنده التشوه اللدن σ_y : $\sigma_y = F/A_0$

يحسب الطول الأعظمي من علاقة الإجهاد $\sigma = Y\varepsilon$

حيث $\varepsilon = \Delta L/L_0$

F=44850N

الطول الأعظمي : $L=L_0+\Delta L$

$\Delta L=0.2545mm$

العمل و الطاقة

إذا أثرت القوة $\vec{F}$ على الجسم و أدت لانتقاله مسافة $\vec{X}$، ينتج لدينا العمل الذي يساوي الجداء الداخلي للقوة و الانتقال و يعطى بالعلاقة : $W = \vec{F} \cdot \vec{X}$ Joul (J)

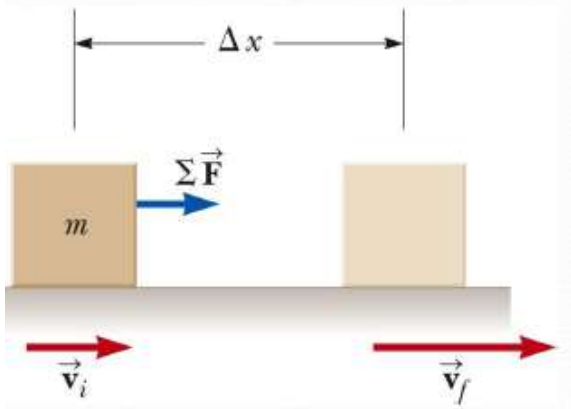
$$W = |\vec{F}|.|\vec{X}|.\cos\theta$$

نميز عدة حالات حسب قيمة الزاوية θ
بين حامل القوة و الانتقال

الزاوية θ	$\theta=90$	$\theta=0$
$W=F.X.\cos\theta$	العمل معدوم $W=0$	$W=F.X$

الطاقة الحركية

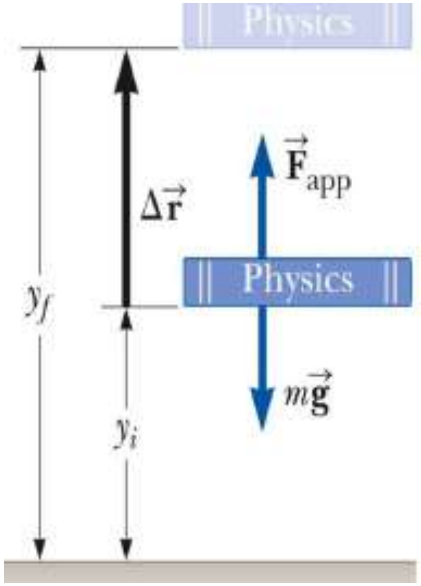
إذا أدى العمل المطبق على الجسم لتغير في سرعته ⇐ يكون العمل مساويا لتغير الطاقة الحركية للجسم (حيث الطاقة الحركية للجسم $E_K = 1/2m.V^2$).



$$W=\Delta E_K = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

الطاقة الكامنة

تدعى الطاقة المحفوظة في الجسم بالطاقة الكامنة ، و إذا ادى تطبيق القوة على الجسم لإزاحته من الموضع 1 إلى الموضع 2 يكون العمل مساويا لتغير الطاقة الكامنة ΔEP(حيث الطاقة الكامنة للجسم $E_n=F.y$)



$$W=\Delta E_P = F(Y_f - Y_i) = F.\Delta y$$

عندما تكون القوة المطبقة لرفع الجسم = وزن الجسم mg (مثل حالة رفع كتاب من موضع لآخر) تكون الطاقة الكامنة طاقة كامنة ثقالية $mg.y = Ug$

الطاقة الكلية للجسم E (الطاقة الميكانيكية) = $E=EK+EP$

ملاحظات مهمة

لدى دراسة الطاقة الكامنة ، نتطرق لنوعين من القوى: القوى المحافظة و القوى غير المحافظة. القوى المحافظة : هي القوى التي يكون العمل الناتج عنها غير متعلق بالمسار (أي متعلق فقط بالنقطة الابتدائية و النهائية للمسار) مثل القوة المتعلقة بالجاذبية الأرضية(قوة الثقل)

القوى غير المحافظة : هي القوى التي يكون العمل الناتج عنها متعلق بالمسار، مثل قوة

لا توجد طاقة كامنة مرافقة للقوى غير المحافظة حيث تفقد الطاقة من الجملة (على شكل طاقة حرارية) في حال وجود قوة غير محافظة مثل قوة الاحتكاك ⇐ الطاقة الكامنة مرافقة لوجود قوى محافظة فقط.

نميز نوعين من الجمل : الجملة المعزولة و الجملة غير المعزولة

الجملة المعزولة : تكون الطاقة الكلية للجملة المعزولة ثابتة (انحفاظ الطاقة) أي لا تعبر الطاقة حدود الجملة و لا يوجد ضياع للطاقة و إنما تحول من شكل لآخر (حركية ↔ كامنة) (لا يوجد قوى غير محافظة).

الجملة غير المعزولة : تعبر الطاقة حدود الجملة بعدة طرق و تتغير الطاقة الكلية للجملة . بسبب ضياع الطاقة إما بشكل حراري أو كهربائي .... (يوجد قوى غير محافظة).

في حال وجود قوة غير محافظة تضاف الطاقة المتحولة لطاقة حرارية إلى الطاقة الحركية و الطاقة الكامنة للجملة.

انحفاظ الطاقة

تكون الطاقة الميكانيكية (الكلية) لجملة معزولة ثابتة أي:

$$E=E_K+E_P=const \Leftarrow$$

$$\Delta E_K+\Delta E_P=0 \Leftarrow$$

الاستطاعة P

معدل استهلاك الطاقة خلال الزمن

$$P=\frac{dE}{dt} \Rightarrow P=\frac{W}{t}$$

$$[P]=\frac{E}{t}= Joul/Sec = Watt$$

مسائل في الميكانيك و الخواص الميكانيكية

مسألة في قوانين نيوتن و الحركة المستقيمة

تدفع قطعة كتلته $m=2kg$ على طريق مائل نحو الأعلى بزاوية تساوي $\theta=30^\circ$ و بسرعة إبتدائية $V_0=22m/s$. فإذا علمت أن عامل الاحتكاك الانزلاقي بين القطعة و المستوي $\mu_k=0.3$ والمطلوب :

1- أوجد قوة الاحتكاك f التي تفعل بالقطعة عندما تتحرك إلى أعلى المستوي

2- ما هو الزمن الذي تستغرقه القطعة في صعودها المستوي

تعطى قوة الاحتكاك بالعلاقة $fk=\mu k\ N$

تحسب N من شرط التوازن على المحور y

$N-mg\cos\theta=0 \Rightarrow$ $fk=5.1N$

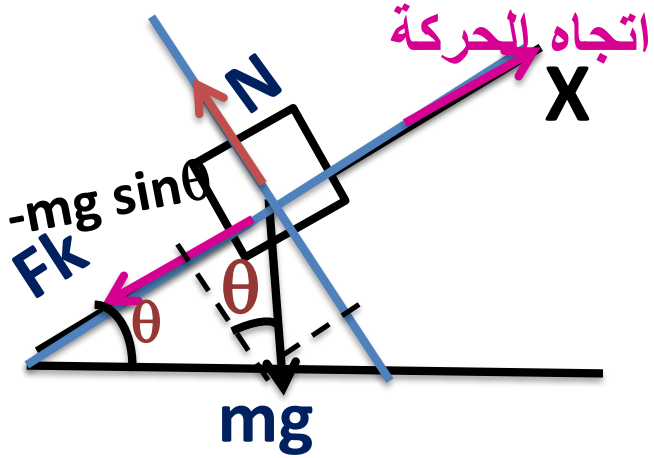
الحركة وفق المحور X مستقيمة متغيرة بانتظام تنعدم السرعة في آخر المسار : $Vf=at+V_0$ $(V_f=0)$

لإيجاد الزمن يجب إيجاد التسارع ⇐ نحتاج قانون نيوتن الثاني

$\Sigma F_X=m\ a_X \Rightarrow -F_k-mg\sin\theta=ma$

$a= -7.45m/s^2$

$t= 3s$



حالة الصعود

مسائل في الحركة و القذف

تدفع قطعة كتلته m=2kg على طريق مائل بزاوية تساوي θ =30° و بسرعة إبتدائية V_0=22m/s. فإذا علمت أن عامل الاحتكاك الانزلاقي بين القطعة و المستوي μ_k =0.3 والمطلوب :

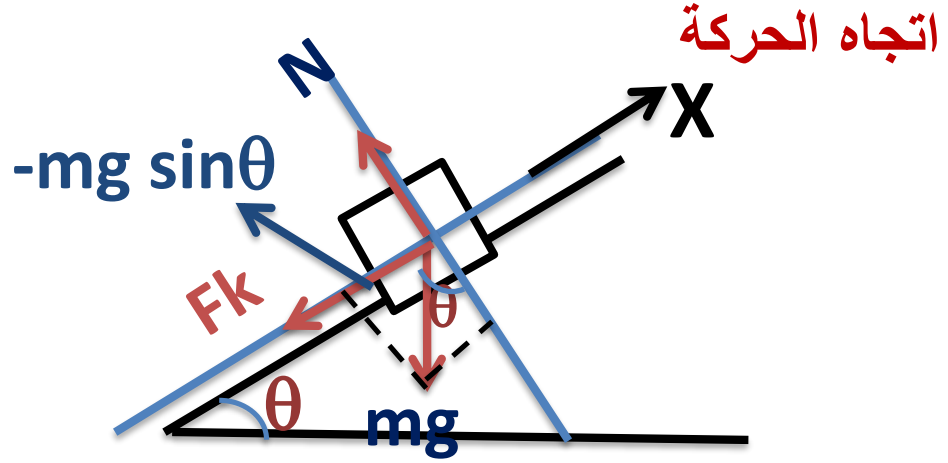
3- ماهي المسافة التي تقطعها القطعة في صعودها المستوي

تحسب المسافة من إحدى العلاقتين التاليتين :

$V^2-V_0^2=2a\,(X-X_0)$ $\quad x=\frac{1}{2}at^2+V_0t+X_0$

حيث $a=-7.45m/s^2$ ، $t=3s$

S=32.48m



حالة الصعود

تدفع قطعة كتلته $m=2kg$ على طريق مائل نحو الأعلى بزاوية تساوي $\theta=30^\circ$ و بسرعة إبتدائية $V_0=22m/s$. فإذا علمت أن عامل الاحتكاك الانزلاقي بين القطعة و المستوي $\mu_k=0.3$

4- ما هو الزمن الذي تستغرقه القطعة لتهبط من الوضع السابق إلى نقطة انطلاقها

5- ماهي السرعة التي تصل بها القطعة إلى هذه النقطة.

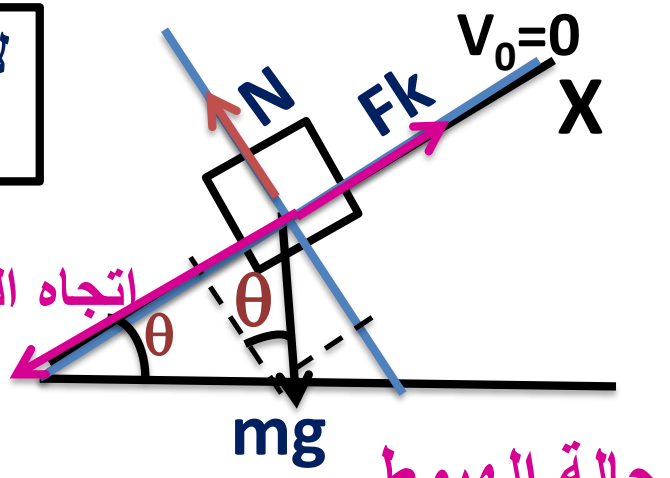
$f_k=5.1N$

المسافة المقطوعة= $32.48m$

الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام وفق سرعة ابتدائية $V_0=0$

$32.48=1/2at^2+0t$ ⟸ $x=\frac{1}{2}at^2+V_0t+X_0$

لإيجاد الزمن يجب إيجاد التسارع ⟸ نحتاج قانون نيوتن الثاني



$+mg\sin\theta-F_k=ma \Leftarrow \Sigma F_x=m\,a_x$

$t=5.1s$

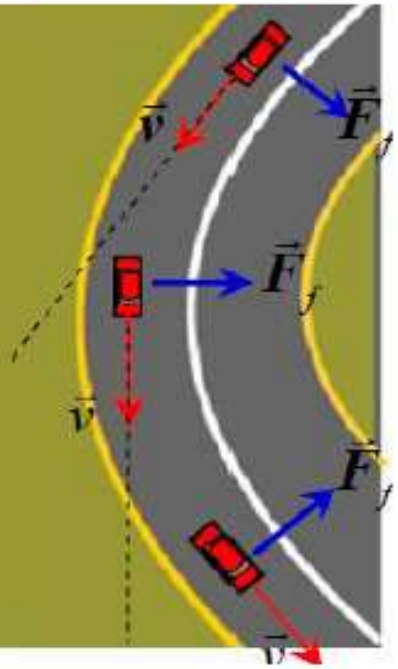
$a=+2.45m/s^2$

$V=12.5m/s$

تحسب السرعة من العلاقة $V=at+V_0$

مسألة على الحركة الدائرية

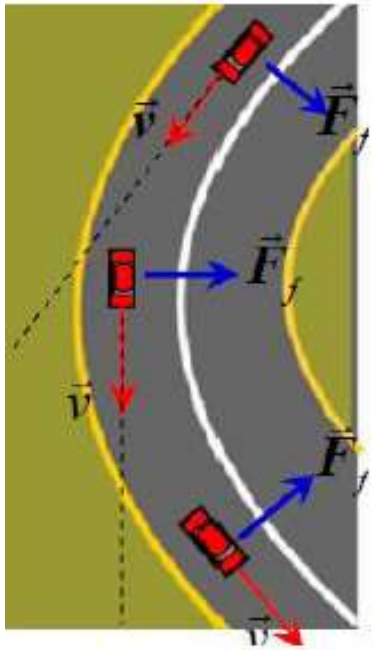
تسير سيارة كتلتها $m = 1600kg$ بحركة منتظمة على طريق منحني نصف قطره $R = 35m$ ، أوجد السرعة العظمى التي يمكن أن تسير بها السيارة على المسار المنحني دون أن تنزلق أذا علمت أن معامل الاحتكاك السكوني بين السيارة و الطريق الجاف =0.5 ؟



القوة التي تؤثر على السيارة وتحافظ على حركتها الدائرية هي القوة الجاذبة المركزية.

في حالة حركة السيارة على مسار دائري ، تتمثل القوة الجاذبة في المركزية في قوة الاحتكاك السكونية حيث تمنع قوة الاحتكاك السكونية من بدء حركة الانزلاق و تحافظ على الحركة الدائرية

$$F_f = F_s = m\,a_n = mV^2/R$$



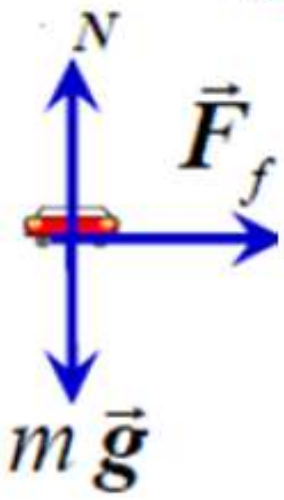
$$F_f = F_s = m\,a_n = mV^2/R$$

أقصى سرعة للسيارة توافق السرعة التي من أجلها تكون السيارة على وشك بدء الانزلاق

في هذه الحالة تكون قوة الاحتكاك السكونية أعظمية

$$F_{smax} = \mu s.N \quad \Leftarrow$$

تحسب N من خلال توازن الجسم وفق المحور حيث الحركة موجودة وفق المسار الدائري $m\,g = N$



$$V_{max} = \sqrt{\mu_s\, g\, R}$$

$$V_{max} = 18.7\,m/s$$

$$F_{Smax} = m.V_{Max}^2/R$$

$$\mu_S.mg = m.V_{Max}^2/R \quad \Leftarrow$$

مسائل في الخواص الميكانيكية

تملك عينة أسطوانية من الفولاذ قطرا 15.2mm و طول 250mm تم تشويه العينة تشوها مرنا بقوة شد مقدارها 48900N فإذا علمت أن معامل المرونة للفولاذ $Y=20.7X10^4Mpa$ فأوجد مقدر استطالة العينة في اتجاه تطبيق الإجهاد؟

نوجد $A_0=\pi(d/2)^2$

$A_0=181.36x10^{-6}\ m^2$

d=15.2mm

F=48900N

$Y = 20.7x10^4\ Mpa$

$L_0 = 250mm$

$\sigma=F/A_0$

$\sigma= Y\varepsilon$

$\varepsilon=\Delta L/L_0$

$\Delta l=0.325mm$

مسائل في الخواص الميكانيكية

تم تشويه عينة أسطوانية من خليطة النحاس الأصفر قطرها 10mm و طولها 101,6mm بقوة شد (10000N) فإذا كان معامل بواسون لهذه العينة $\upsilon=0.35$ و معامل يونغ لهذه العينة $Y=10.1x10^4Mpa$ فأوجد :

- مقدار استطالة العينة
- مقدار نقصان قطر العينة

اتجاه ε_x و ε_z

نوجد $A_0=\pi(d/2)^2$

$A_0=78.5x10^{-6}\ m^2$

$d=10mm$

$F=10000N$

$Y = 10.1x10^4\ Mpa$

$L_0 =101.6mm$

$=0.35\nu$

$\sigma=F/A_0$

$\sigma= Y\varepsilon_z$

$\varepsilon_z=\Delta L/L_0$

نوجد ε_x من العلاقة

$= -\varepsilon_x /\varepsilon_z\nu$

$\Delta d=-4.5x10^{-3}\ mm$

$\Delta l=0.13mm$