3". إذا لم يشترك المستقيمان L ، L َ بأي نقطة هذا يعني أن المستقيمين متوازيان وبالتالي:

$$L \cap \acute{L} = \emptyset$$

6. **المستقيمان المتوازيان:** نقول عن مستقيمينL ، L َ أنهما متوازيان إذا وفقط إذا كانا منطبقين أو غير متقاطعين ونرمز لذلك رياضياً كما يلي:

$$L//\acute{L}$$

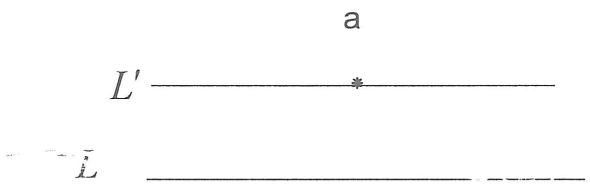
فإذا كان L // L َ يمكننا كتابة العلاقة التالية:

$$L//\acute{L} \Longrightarrow L \cap \acute{L} = \emptyset \qquad Or$$

$$L \cap \acute{L} = L = \acute{L} \qquad \text{(المستقيمان منطبقان)}$$

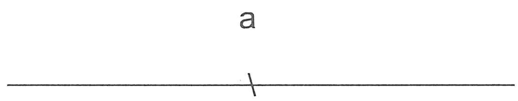
وهنا نعود ونتذكر مسلمة بلايفير:

من نقطة $a \notin L$ يوجد مستقيم وحيد L' يمر من a ويوازي L كما في الشكل التالي:



أما إذا كانت $a \in L$ فإن المستقيمين L ، L َ يكونان متوازيين ومنطبقين كما في الشكل التالي:

$$L = L'$$



من مسلمة التوازي نستطيع أن نستنتج العلاقات التالية:

1- كل مستقيم يوازي نفسه.

2- إذا كان $L//\acute{L}$ فإن $\acute{L}//L$ وبالتالي علاقة التوازي علاقة تبديلية.

3- إذا كان $L//\acute{L}$ و $\acute{L}//L'' \Longleftarrow L//L''$ وبالتالي علاقة التوازي علاقة متعدية.

إنشاء: من نقطة a خارج المستقيم L، كيف يمكن رسم مستقيم يوازي L.

1". نقوم برسم مستقيم L' يمر من a ويقطع L في b.

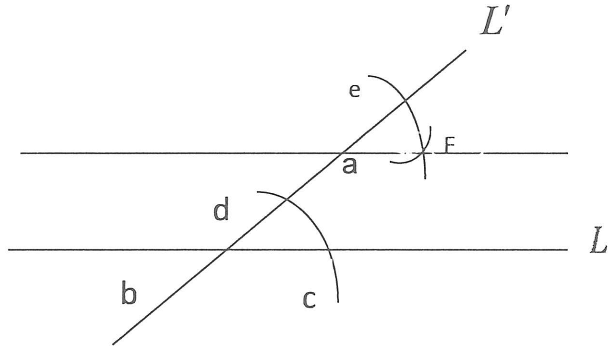
2". نفتح الفرجار بفتحة اقل من طول | ab | ثم نثبت إبرة الفرجار في b ونرسم قوس دائرة يقطع L ، L' في النقطتين c و d على التوالي.

3". بنفس فتحة الفرجار نثبت إبرته في النقطة a ونرسم قوس نصف دائرة يقطع المستقيم L' في النقطة e

كما في الشكل التالي أدناه.

4". نفتح الفرجار بطول | dc | ثم نرسم من e قوساً يقطع قوس نصف الدائرة في f .

5". نرسم المستقيم af فنحصل على المستقيم المطلوب الذي يوازي L.



تمارين البحث الثاني

1 . برهن أنه إذا تقاطع مستقيمان مختلفان فإنهما يشتركان في نقطة وحيدة.

2 . ميّز الصواب من الخطأ فيما يلي مستعينا" بالشكل المرافق:

1. $[ab] \cap [bc] = [ac]$
2. $[bc \cup [ba] = [ac$
3. $[ca \cap [ac = [ac]$
4. $[bc \cap [ac] = [ab$
5. $[bc \cap [ba = \{b\}$
6. $[ab \cup [ca = [ac]$

3. نعيّن على المستقيم L ثلاث نقاط a ، b ، c والمطلوب: تحديد أنصاف المستقيمات التي يمكن تعيينها على هذا المستقيم بواسطة هذه النقاط .

4. [ab] قطعة مستقيمة، c نقطة داخلية لهذه القطعة و d نقطة داخلية للقطعة [cb]،

والمطلوب: إيجاد ما يلي:

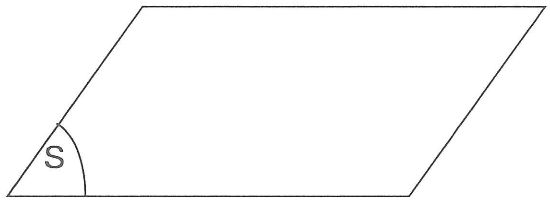
1. $[ab] \cap [ac] =$
2. $[ad] \cap [cd] =$
3. $[ab] \cap [cd] =$
4. $[ac] \cap [db] =$
5. $[ab] \cup [cb] =$
6. $[ad] \cup [db] =$
7. $[ab] \cup [cd] =$
8. $[cd] \cup [cb] =$

5. L ، L' مستقيمان متوازيان، L'' مستقيم ثالث، فإذا كانت المجموعة $L' // L''$ مجموعة ذات عنصر واحد، أثبت أن المجموعة $L // L''$ مجموع ذات عنصر واحد أيضا".

البحث الثالث

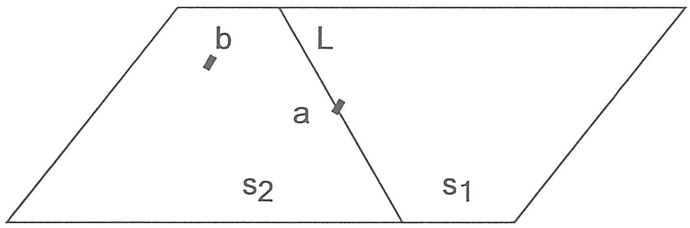
القطاع الزاوي والزاوية والمفاهيم المتعلقة بها

لقد عرفنا سابقاً المستوى S بأنه مجموعة غير منتهية من نقاط سطح ليس له ارتفاع يمتد في جميع الاتجاهات بلا حدود، ويتم رياضياً تمثيل المستوى كما في الشكل التالي:



وسنعرف فيما يلي مفهوم نصف المستوى والقطاع الزاوي والزاوية ومختلف القضايا الرياضية المتعلقة بهذه المفاهيم.

1. **نصف المستوي:** إذا كان لدينا L مستقيماً في المستوى S، فإن هذا المستقيم يحدد في S مجموعتين جزئيين نسمي كلاً منهما نصف مستوى, ونرمز لنصفي المستوى بالرمزين S2 , S1 كما هو الحال في الشكل التالي, ونسمي المستقيم L حداً" لكل من نصفي المستوي.

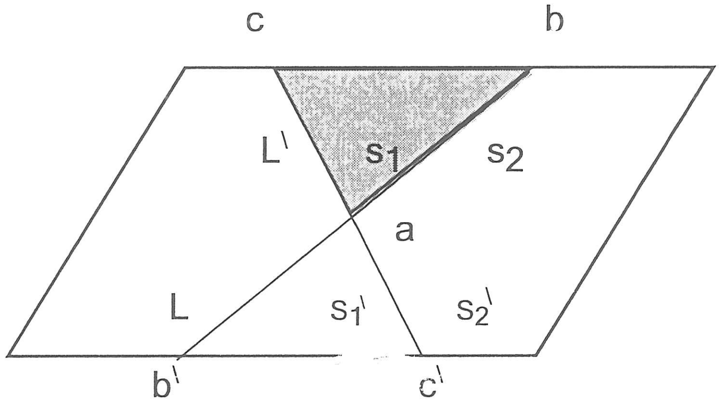


- إذا كان لدينا نقطة $a \in L$ فإن $a \in S1$ و $a \in S_2$ أي أن النقطة a تقع في نصفي المستوي المحددين بالمستقيم L .
- إذا كان لدينا نقطة مثل $b \notin L$ فإنها تقع في أحد نصفي المستوي وفي مثالنا $b \in S_2$.

2. القطاع الزاوي:

إذا كان لدينا في المستوي S مستقيمين $\acute{L}$ ، L متقاطعين في النقطة a فإن كل واحد من هذين المستقيمين يحدد نصفي مستويين في S.

فإذا رمزنا لنصفي المستوى المحددين بالمستقيم L بالرمزين $S1$, $S2$ ولنصفي المستوي المحددين بالمستقيم $\acute{L}$ بالرمزين $\acute{S}_1$. $\acute{S}_2$ كما في الشكل التالي:



فإننا نستطيع أن نعرّف القطاع الزاوي كما يلي:

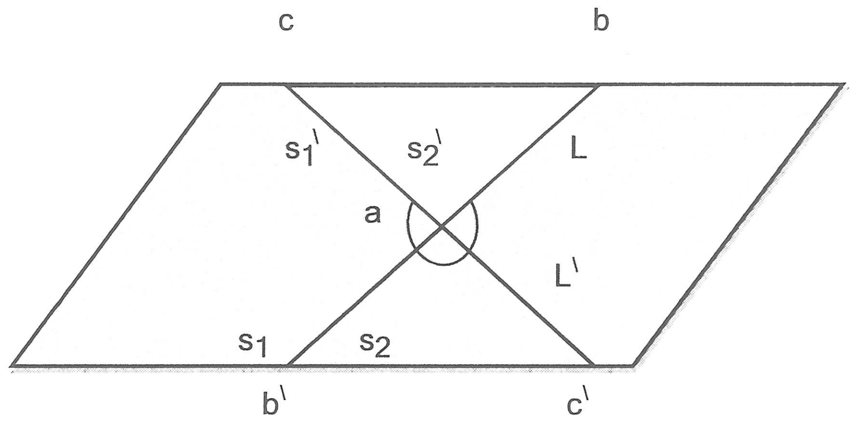
القطاع الزاوي: بأنه جزء من المستوى S الناتج عن **تقاطع** أحد نصفي المستوي المحددين بالمستقيم L مع أحد نصفي المستوي المحددين بالمستقيم $\acute{L}$.

رياضياً نرمز للقطاع الزاوي الناتج عن تقاطع نصفي المستوي S_1 . $\acute{S}_2$ بالرمز $[ab\hat{,}ac]$ وهو يساوي $[ac\hat{,}ab]$ (القطاع المظلل في الشكل أعلاه).

نلاحظ هنا أن $L \cap \acute{L}$ يحدد أربعة قطاعات زاوية.

3. **القطاع الزاوي المنعكس**: هو **اتحاد** أحد نصفي المستوي المحددين بالمستقيم L مع أحد نصفي المستوي المحددين بالمستقيم $\acute{L}$.

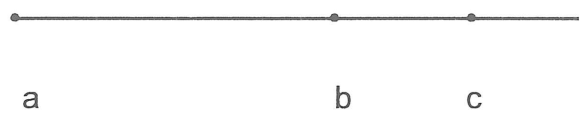
إن القطاع الزاوي المنعكس عن القطاع الزاوي السابق $[\widehat{ab,ac}]$ هو القطاع الناجم عن اجتماع نصفي المستوي $S_1' \cdot S_2$ ونرمز له رياضياً بالرمز $[\check{ab,ac}]$ كما هو مبين بالشكل التالي:



حيث: $S_1' \cup S_2 = [\check{ab,ac}]$

نلاحظ هنا أن $L \cap L'$ يحدد أربعة قطاعات زاوية وأربعة قطاعات زاوية منعكسة عنها.

4. **القطاع الزاوي الصفري**: هو قطاع زاوي انطبقت أنصاف المستقيمات المحددة له وباتجاه واحد كما في الشكل التالي:

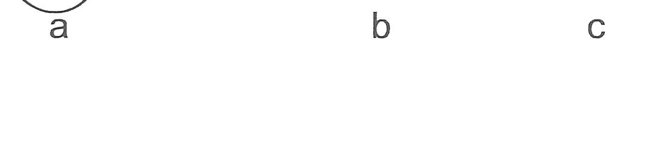


فالقطاع الزاوي $[\widehat{ab,ac}]$ هو قطاع زاوي صفري،

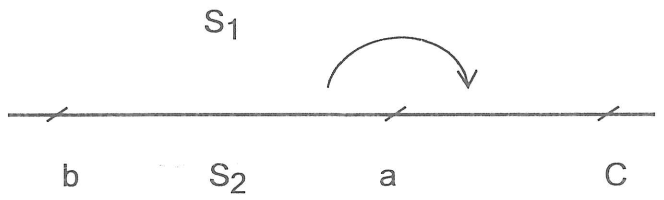
وهنا نلاحظ أن القطاع الزاوي الصفري هو مجموعة غير خالية كما يتصور البعض بل هو يساوي مجموعة نقاط أحد نصفي المستقيمين المحددين له، أي أن :

$$[\widehat{ab,ac}] = [ab = [ac$$

5. **القطاع الزاوي الكامل:** هو القطاع الزاوي المنعكس عن القطاع الزاوي الصفري, وهو يشكل مجموعة نقاط المستوي S كله. وبهذه الحالة يكون:



6. **القطاع الزاوي المستقيم:** هو قطاع وقعت أنصاف المستقيمات المحددة له $[ab$, $[ac$ على مستقيم واحد ولكن باتجاهين مختلفين كما هو الحال في الشكل التالي:

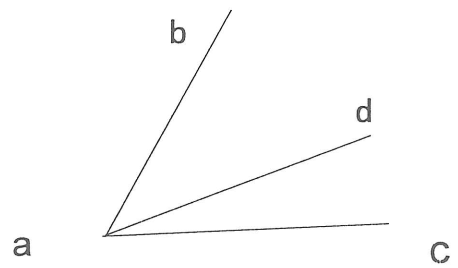


يمثل القطاع الزاوي المستقيم نقاط **نصف المستوي**، فإذا كان القطاع الزاوي المستقيم $[ab\hat{,}ac]$ يمثل نقاط نصف المستوي S_1 مثلاً"، فإن القطاع الزاوي المنعكس عنه $[ab\check{,}ac]$ هو قطاع زاوي مستقيم أيضا" ويمثل نقاط نصف المستوي S_2 .

وفي هذه الحالة نجد أن القطاع الزاوي المستقيم $[ab\hat{,}ac]$ يساوي القطاع الزاوي المنعكس عنه $[ab\check{,}ac]$.

7. **القطاعان الزاويان المتجاوران:** نقول عن قطاعين زاويين أنهما متجاوران إذا اشتركا بأحد أنصاف المستقيمات المحددة لهما, وكان تقاطعهما يساوي نصف المستقيم هذا.

كما نلاحظ في الشكل التالي, فإن القطاعين $[ac\hat{,}ad]$ ، $[ad\hat{,}ab]$ هما قطاعان زاويان متجاوران وان الضلعين $[ab$, $[ac$ يقعان بجهتين مختلفتين من $[ad$



وعلى هذا الأساس يكون: $[ad\hat{,}ab] \cap [ac\hat{,}ad] = \quad [ad$

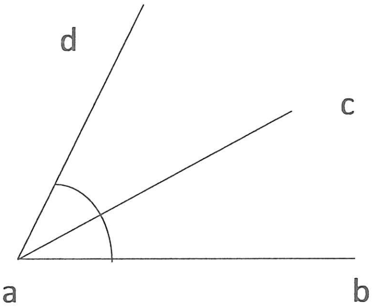
$$[ac\hat{,}ad] \cup [ad\hat{,}ab] = [ac\hat{,}ab]$$

8. **القطاعان الزاويان المتطابقان:** هما قطاعان زاويان قابلان للانطباق، ويرمز رياضياً لتطابق القطاعين $[ac\hat{,}ad]$ ، $[ad\hat{,}ab]$ مثلا" ، بالشكل التالي: $[ac\hat{,}ad] \approx [ad\hat{,}ab]$

9. منصف القطاع الزاوي والقطاع الزاوي المنعكس:

إذا كان $[ab\hat{,}ad]$ قطاعاً زاوياً، فنقول أن $[ac$ منصفاً لهذا القطاع إذا حقق العلاقة التالية:

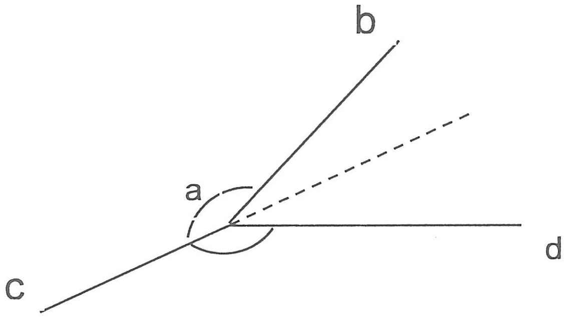
$[ac\hat{,}ad] \approx [ab\hat{,}ac]$ كما هو الحال في الشكل التالي:



وإذا كان $[ab\check{,}ad]$ قطاعاً زاوياً منعكساً فإن $[ac$ يكون منصفاً لهذا القطاع إذا حقق العلاقة التالية:

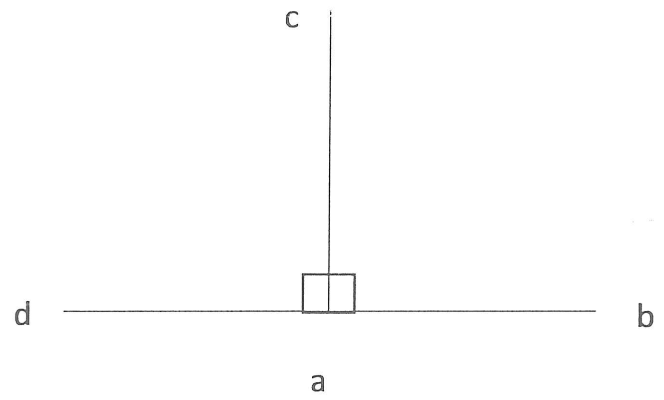
$$[ab\hat{,}ac] \approx [ac\hat{,}ad] \quad \text{and} \quad [ac\hat{,}ab] \cup [ac\hat{,}ad] = [ad\check{,}ab]$$

كما هو الحال في الشكل التالي:



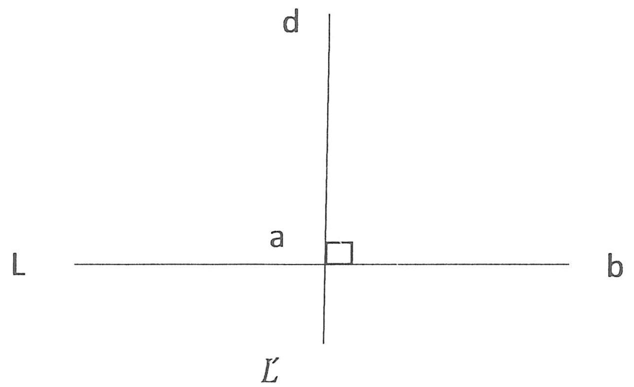
نتيجة: إن امتداد منصف القطاع الزاوي يكون منصفا" للقطاع الزاوي المنعكس عنه.

10. **القطاع الزاوي القائم:** هو قطاع محصور بضلعي زاوية قائمة أي أن أنصاف المستقيمات المحددة له متعامدة في نقطة المبدأ. فإذا كان $[\widehat{ab,ad}]$ قطاعاً زاوياً مستقيماً وكان $[ac$ منصفا" له فإن كلاً من القطاعين $[\widehat{ab,ac}]$ ، $[\widehat{ac,ad}]$يمثل قطاعاً زاوياً قائماً كما هو في الشكل التالي:

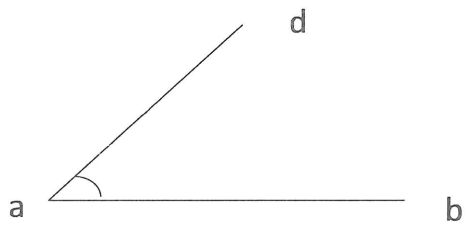


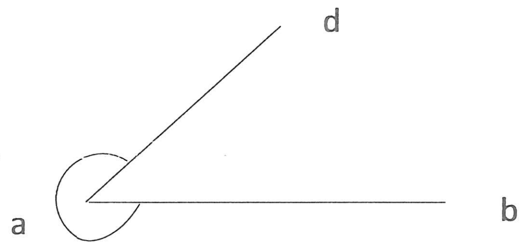
11. **الزاوية:** <u>الزاوية تمثل البعد بين نصفي مستقيمين أو ضلعين مشتركين بالرأس مقدراً بالدرجات أو بالراديان</u> ولا بد من ملاحظة الاختلاف بين مفهوم الزاوية ومفهوم القطاع الزاوي الذي يمثل مجموعة نقاط السطح المحدد بضلعي الزاوية, ففي الشكل أعلاه نجد أن القطاع الزاوي القائم $[\widehat{ab,ac}]$ هو محدد بضلعي الزاوية القائمة $b\hat{a}c$.

إذا كان المستقيمان L , $\acute{L}$ حاملين لضلعي القطاع الزاوي القائم $[\widehat{ab,ad}]$ مثلا" فإن هذين المستقيمين يكونان متعامدين ونرمز لذلك بالرمز $L \perp \acute{L}$.



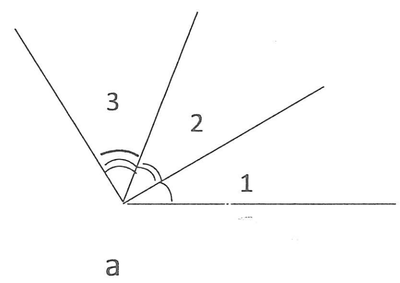
يتم تمثيل الزاوية بنصفي مستقيمين يشتركان بالمبدأ ويرمز لها بالرمز $d\hat{a}b$ مثلاً، كما في الشكل التالي:





$d\hat{a}b = \hat{a}$ $\qquad\qquad$ $d\hat{a}b = \hat{a}$

وإذا اشتركت عدة زوايا الرأس يمكن تمثيلها بحرف واحد هو الرأس المشترك كأن نقول :
$\widehat{a_1}, \widehat{a_2}, \widehat{a_3}$



1"- أنواع الزوايا:

هناك عدة أنواع للزوايا:

a. الزاوية الحادة: وهي زاوية قياسها أقل من 90^0.

فإذا كانت الزاوية $90^0 \rangle a\hat{b}c$ ⟸ زاوية حادة.

b. الزاوية القائمة: وهي زاوية قياسها يساوي 90^0.

فإذا كانت الزاوية ^$a\hat{b}c$ = قا ⟸ زاوية قائمة.

c. الزاوية المنفرجة: وهي زاوية قياسها أكبر من 90^0 وأقل من 180.

فإذا كانت الزاوية ^$180^0 \rangle a\hat{b}c \rangle 90^0$ ⟸ زاوية منفرجة.

d. الزاوية المستقيمة: وهي زاوية قياسها يساوي 2 قا .

فإذا كانت الزاوية ^$a\hat{b}c$ = 180^0 ⟸ زاوية مستقيمة.