كمية نظري — مقاييس النزعة المركزية لبيانات غير مبوبة

Measures of Central tendency

يُقصد بمقاييس النزعة المركزية مجموعة القيم التي تمثل لنا مجموعة من البيانات وتلخصها، وغالباً ما يستعيض الجغرافي عن مجموعة البيانات أو المشاهدات التي تعرف ظاهرة ما بقيمة متوسطة.

فعندما نتكلم عن ارتفاع منطقة ما عن منسوب سطح البحر فإننا نقول إنّ هذه المنطقة ترتفع وسطياً بحدود (٢٠٠٠) متر عن منسوب سطح البحر، أو أنّ متوسط حجم الأسرة في بلد ما هو (٦) أشخاص.

هذا لا يعني أنه لا توجد ارتفاعات في هذه المنطقة تزيد عن (٢٠٠٠) متر، أو أنه ليس هناك أسر عدد أفرادها أقل من (٦) أشخاص أو أنه ليس هناك أسر عدد أفرادها أكثر من (٦) أشخاص.

وهكذا يمكننا القول إنّ هذه القيمة التي تجمع قيم الظاهرة أو تكثر أكثر من غيرها تعرف باسم القيمة الوسطى أو القيمة المركزية (average). أما المقاييس التي تزعما قيم مفردات الظاهرة للمركز حول تلك القيمة فتعرف باسم مقاييس النزعة المركزية.

سوف نتعرض لأهم مقاييس النزعة المركزية وهي:
١- الوسط الحسابي ٢- الوسيط ٣- المنوال.

أ- الوسط الحسابي: Arithmetic mean: هو أكثر مقاييس النزعة المركزية شيوعاً واستخداماً، وذلك لسهولة حسابه ودقته ومقارنته مع بقية مقاييس النزعة المركزية الأخرى.

(٢) تعريفه: هو حاصل جمع قيم المفردات مقسوماً على عددها.

١- حساب الوسط الحسابي لبيانات غير مبوبة:

يتم حساب الوسط الحسابي من خلال العلاقة الآتية:

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$ أو $$س̄ = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$$

إذاً: $\bar{X}$ = الوسط الحسابي

$\sum X$ = مجموع القيم

n = عدد القيم

الوسط الحسابي

ملاحظة هامة جداً: يمكن للطالب أن يختار أحد العلاقتين سواء كتبها باللغة العربية (الرموز العربية) أو اليونانية، طالما هي صحيحة فسيأخذ درجة العلامة.

أو: $$س̄ = \frac{س١ + س٢ + س٣ + \dots\dots + سن}{ن}$$

المفردة الأولى

أو: $$\bar{X} = \frac{X1 + X2 + X3 + \dots\dots + Xn}{n}$$

مثال: يبين الجدول الآتي إنتاج القمح بالطن في سورية خلال الفترة (١٩٩٤ - ٢٠٠١)م.

العام	إنتاج القمح (طن)	العام	إنتاج القمح (طن)
١٩٩٤	٣ ٠٤٥ ٥٧٦	١٩٩٧	٣ ٠٣١ ٠٩٠
١٩٩٣	٣ ٦٢٦ ٤٩١	١٩٩٨	٤ ١١١ ٦٢٥
١٩٩٤	٣ ٧٠٢ ٩٨٥	١٩٩٩	٢ ٦٩١ ٥٠٤
١٩٩٥	٤ ١٨٤ ١٤٤	٢٠٠٠	٣ ١٠٥ ٤٨٩
١٩٩٦	٤ ٠٨٠ ٣٥٧	٢٠٠١	٤ ٧٤٤ ٦٢٣

المصدر: المجموعة الإحصائية الزراعية السنوية للأعوام (١٩٩٤-٢٠٠١)

(٣) المطلوب: احسب المتوسط الحسابي لإنتاج القمح في سورية خلال الفترة من عام (١٩٩٤-٢٠٠٣).

الحل: ١- نجمع كميات الإنتاج خلال السنوات العشر الواردة في الجدول السابق.

٢- نقسم ناتج الجمع الذي حصلنا عليه في الخطوة السابقة على (١٠) وهو عدد القيم الواردة في الجدول وذلك وفق العلاقة:

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$ أو نستخدم $$\bar{x} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}}$$

وبالتعويض:

$$\bar{X} = \frac{36\,323\,884}{10} = 3632388.4$$ طن

(ملاحظة: لا تنسى الوحدة).

- ميزات وعيوب الوسط الحسابي:

أ- ميزاته: ١- يمتاز بسهولة حسابه ووضوحه، لذا يعد من أفضل مقاييس النزعة المركزية.

٢- لا تستثنى أي مفردة من مفردات المجموعة عند حساب الوسط الحسابي.

٣- يمكن الحصول على المجموع الكلي للمفردات من خلال ضرب الوسط الحسابي في عددها.

ب- عيوبه: ١- يتأثر بالقيم المتطرفة بشكل كبير، مما يفقده معناه وأهميته.

مثال: إذا كان لدينا القيم: ٢، ٣، ٤، ٥، ٦ فإذا حسبنا متوسطها فإنه يساوي (٤).

أما إذا استبدلنا القيمة (٦) في المجموعة السابقة بالقيمة (٥٠) ← (قيمة متطرفة)

أي أصبحت لدينا القيم: ٢، ٣، ٤، ٥، ٥٠

مجـ س = ٦٤

$$\text{س} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}} = \frac{٦٤}{٥}$$

وبالتالي: س = ١٢٫٨

ج- قد يضطر بعض الأحصائيين إلى ترك الحد الأعلى للفئة الأخيرة مفتوحة لأهداف خاصة، وهنا يصعب معرفة مركز الفئة.

مثال: (عند ذكر فئات الأعمار فمثلاً نجد فئة الأعمار للكبار (٦٠ سنة فما فوق) ثم تكرارها).

٣- الوسيط (Median):

تعريفه: هو القيمة التي تقع في منتصف (وسط) المفردات المرتبة تصاعدياً أو تنازلياً.

أو هو القيمة التي يتساوى على طرفيها عدد المفردات المرتبة تصاعدياً أو تنازلياً.

- حساب الوسيط لبيانات غير مبوبة:

عند أجل حساب الوسيط نلجأ إلى اتباع الخطوات الآتية:

أ- ترتيب قيم المفردات بشكل تصاعدي أو تنازلي.

ب- تحديد ترتيب الوسيط (موقع الوسيط) من العلاقة:

ترتيب الوسيط = $\frac{n+1}{2}$ حيث: ترتيب الوسيط = الوسيط.

n = عدد القيم

أو من العلاقة:

$t_r = \frac{n+1}{2}$ حيث: t_r = ترتيب الوسيط ← ترتيب الوسيط

n = عدد المفردات.

ج- نبحث في جدول القيم المرتبة تصاعدياً أو تنازلياً عند القيمة المطابقة لترتيب الوسيط (ت و). فإذا كان عدد المفردات فردياً فإن ترتيب الوسيط يكون موافقاً لإحدى مفردات قيم مفردات المجموعة، أما في حال كان عدد المفردات زوجياً فإنه وهنا يتم اللجوء إلى الوسيط يقع بين قيمة مفردتين، الوسط الحسابي لقيمة المفردتين والناتج حساب الوسط الحسابي لقيمة المفردتين والناتج هو الوسيط.

⑤ يكون هو قيمة الوسيط.

ملاحظة مهمة: يصلح الوسيط في الحالات التي تهدف إلى قسمة التوزيع التكراري إلى قسمين متساويين من وسطه.

مثال: يبين الجدول الآتي كميات الهطل السنوية بالمليمتر في مدينة حلب خلال الفترة (١٩٧٧-١٩٨٥).

عمود (١) العام	عمود (٢) الكمية (ملم)	عمود (٣) الرقم المتسلسل	عمود (٤) كمية الهطل مرتبة تصاعدياً (ملم)	عمود (٥) كمية الهطل مرتبة تنازلياً
١٩٧٧	٣٠٤,٢	١-	٢٤٠,٦	٣٩٩,١
١٩٧٨	٣٠٠,٥	٢-	٢٩٣,٧	٣٠٤,٢
١٩٧٩	٣٤٣,٢	٣-	٣٠٠,٥	٣٤٩,٢
١٩٨٠	٣٣٤,٢	٤-	٣١٧,٦	٣٣٤,٢
١٩٨١	٣٩٩,١	٥-	٣٤٣,٢	٣٤٣,٢
١٩٨٢	٣٤٩,٢	٦-	٣٣٤,٢	٣١٧,٦
١٩٨٣	٢٩٣,٧	٧-	٣٤٩,٢	٣٠٠,٥
١٩٨٤	٢٤٠,٦	٨-	٣٠٤,٢	٢٩٣,٧
١٩٨٥	٣١٧,٦	٩-	٣٩٩,١	٢٤٠,٦

المصدر: بيانات الهطل - مديرية الأرصاد الجوية بدمشق.

المطلوب: احسب الوسيط لكميات الهطل الواردة في الجدول السابق.

(٦) الحل: ١- نرتب القيم تصاعدياً أو تنازلياً، كما هو مبين في العمود (٤) أو العمود (٥).

٢- نحدد ترتيب الوسيط وفق العلاقة:

$$\text{ت}_{\text{و}} = \frac{\text{ن}+1}{2} = \frac{9+1}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

وهذا يعني أنّ ترتيب الوسيط هو القيمة الخامسة في عمود القيم المرتبة تصاعدياً أو تنازلياً.

٣- نبحث في القيم المرتبة تصاعدياً أو تنازلياً عن القيمة التي ترتيبها الخامس فتكون هي قيمة الوسيط.

وفي مثالنا هي القيمة التي ترتيبها الخامس وبالتالي فإنّ الوسيط يعادل (٣٫٢) ملم، أو و = (٣٫٢) ملم.

أما في حال كون عدد المفردات زوجياً (ن = عدد زوجي) فإنّ الوسيط عندئذ يقع بين قيمتين مفردتين (في وسط المسافة بين قيمتيهما)، وهنا نقوم بحساب الوسط الحسابي لهاتين المفردتين فنحصل على قيمة الوسيط.

(أو هو يعادل الوسط الحسابي للقيمتين اللتين ترتيبهما $\left(\frac{\text{ن}}{2}\right)$ و $\left(\frac{\text{ن}+1}{2}\right)$ $\left[\frac{n}{2}, \frac{n+1}{2}\right]$.

مثال: يبين الجدول الآتي كميات الأمطار السنوية بالملم التي تلقتها مدينة حلب خلال الفترة (١٩٧٨ - ١٩٨٥) م.

(الجدول في الخلف ← ص ٧)

	عمود (أ)		
العام	كمية المطولات (طن)	الرقم المتسلسل	كمية المطولات مرتبة تصاعدياً (طن)
١٩٧٨	٣٠٫٥	١	٢٤٠٫٦
١٩٧٩	٣٤٣٫٢	٢	٢٩٣٫٧
١٩٨٠	٣٣٤٫٢	٣	٣٠٫٥
١٩٨١	٣٩٩٫١	٤	٣١٧٫٦
١٩٨٢	٣٤٩٫٢	٥	٣٤٣٫٢
١٩٨٣	٢٩٣٫٧	٦	٣٣٤٫٢
١٩٨٤	٢٤٠٫٦	٧	٣٤٩٫٢
١٩٨٥	٣١٧٫٦	٨	٣٩٩٫١

الحل :١- نقوم بترتيب قيم المطولات الواردة في العمود (أ) إما تنازلياً أو تصاعدياً،

٢- نطبق ترتيب الوسيط من العلاقة:

$$\text{ت}_{\text{و}} = \frac{\text{ن}+1}{2} \quad \text{أو} \quad t_r = \frac{n+1}{2}$$

بالتعويض: $\text{ت}_{\text{و}} = \frac{\text{ن}+1}{2} = \frac{8+1}{2} = \frac{9}{2} = 4{,}5$

(لاحظ أنّ ت و هو ترتيب الوسيط وليس الوسيط)

وهذا يعني أنّ ترتيب الوسيط يقع بين المفردة الرابعة والخامسة (في منتصف المسافة) أي بين القيمة (٣١٧٫٦) والقيمة (٣٤٣٫٢)،

وهنا نقوم بحساب الوسط الحسابي للقيمتين السابقتين فنحصل

على الوسيط : أي = أ$_{٣}$

$$و = \frac{٣٢٣ + ٣١٧}{٢} = ٣٢٠,٤ \text{ ملم}$$

أو med = 320.4 mm

- ميزات ومساوئ الوسيط :

١- الميزات : ١- ما يميز الوسيط عن الوسط الحسابي هو عدم تأثره بالقيم المتطرفة ، لذلك يفضل استخدامه إذا كانت مفردات المجموعة تحتوي على قيم متطرفة .

٢- إمكانية حسابه إذا كان لدينا فئات مفتوحة .

٢- مساوئه : ١- عدم صلاحيته لقياس التركز عندما يكون عدد المفردات صغيراً .

٢- لا يمتلك خصائص رياضية كالوسط الحسابي .

ثالثاً - المنوال : (Mode)

تعريفه : هو القيمة الأكثر تكراراً أو شيوعاً من غيرها في أية مجموعة من القيم ، وهذا يعني أنه إذا لم تكن هناك تكرارات ، أو كانت التكرارات متساوية بالنسبة للقيم كافة فلا وجود عندئذ للمنوال . ويمكن أن يكون لدينا أكثر من منوال .

مثال : إذا كانت لدينا القيم الآتية :

٧ ، ٨ ، ٦ ، ٩ ، ٦ ، ٩ ، ١٠ ، ٦ ، ١١

فالقيمة الأكثر تكراراً هي (٩) مرتين إذن المنوال ٩ ، ونسمي هذا التوزيع الذي يحوي منوال واحد (التوزيع أحادي المنوال)

(٩) أما إذا كان لدينا قيمتان متساويتان في تكراراتهما فعندئذ نظل على هذا التوزيع (توزيع ثنائي المنوال)، كما هو مبين في المثال الآتي:

(٥، ٦، ٦، ٦، ٦، ٧، ٧، ٧، ٧، ٨، ٨، ٩)

يلاحظ في المثال السابق أن القيمتين (٦) و(٧) هما القيمتان الأكثر تكراراً بين مجموعة القيم المذكورة. أما إذا كانت تكرارات القيم متساوية فعندئذ نقول ليس هناك منوال كما هو مبين في المثال الآتي:

(٥، ٧، ٩، ١٠، ١١، ١٣، ٨، ٢٠).

ملاحظات على المنوال:

١- عدم وجود قيمة رياضية محددة له، وقيمته تقريبية تتمثل في القيمة الأكثر تكراراً.

٢- أحياناً تخلو مجموعة المفردات من أي قيمة مكررة، وبالتالي لا منوال لها.

٣- في بعض الأحيان تتصف المفردات بأن لها تردداً محصوراً ضمن مجالين (فئتين) أو أكثر، ولذا لا يمكننا الحديث عندئذ عن قيمة منوالية واحدة.

ملاحظة هامة: في حال كان التوزيع التكراري طبيعياً فإن (normal Distrubution)

الوسط = الوسيط = المنوال

انتهت المحاضرة الثانية