(٧) وإذاً وبالتعويض: $ت_{ر١} = \frac{١+١١}{٤} = \frac{١٢}{٤} = ٣$

إذا الربيع الأول هو القيمة التي ترتيبها (٣)، نبحث عن القيمة الثالثة في الجدول المرتب تصاعدياً فنجد أنها تساوي (٨٨٦) ملم.

٣- نحدد ترتيب الربيع الثالث من العلاقة:

$ت_{ر٣} = \frac{٣(ن+١)}{٤}$ وبالتعويض

$ت_{ر٣} = \frac{٣(١١+١)}{٤} = \frac{٣(١٢)}{٤} = \frac{٣٦}{٤} = ٩$

وهذا يعني أنّ ترتيب الربيع الثالث هو القيمة التي ترتيبها التاسع (٩) أي (٣٩٤٫٦) ملم.

٤- نطبق العلاقة: $إ.ر = \frac{ر٣ - ر١}{٢} = \frac{٣٩٤٫٦ - ٨٨٦}{٢}$

$إ.ر = \frac{١٠٤}{٢} = ٥٢$ ملم.

ر٣ = الربيع الثالث، $إ.ر$ = الانحراف الربيعي.

ر١ = الربيع الأول.

الانحراف الربيعي النسبي:

$\text{الانحراف الربيعي النسبي} = \frac{\text{الانحراف الربيعي}}{\text{الوسيط}} \times ١٠٠$

أو: $Q\% = \frac{Q}{med.} \times 100$

٣- الانحراف المتوسط: Mean Deviation

يتجاهل كل من المدى والانحراف الربيعي جزءاً من قيم الظاهرة المدروسة، ففي حين يعتمد المدى على القيمتين المتطرفتين متجاهلاً بقية القيم، نجد أنّ الانحراف الربيعي يتجاهل ربعي القيم الأولى والأخيرة (نصفي القيم)، لذلك

لابد عند البحث عن مقياس يمثل لنا التشتت وأخذ بالحسبان جميع مفردات (قيم) الظاهرة المدروسة.

تعريفه: هو متوسط مجموع الانحرافات المطلقة عن وسطها الحسابي.

مثال: احسب الانحراف المتوسط لحجم الأسرة للبيانات الواردة في الجدول الآتي:

عمود (١)	عمود (٢)	عمود (٣)	عمود (٤)
رقم الأسرة	حجم الأسرة (شخص)	$(س - \bar{س})$ $(X-\bar{X})$	$\|س - \bar{س}\|$ $\|X-\bar{X}\|$
١	٧	٢	٢
٢	٥	٠	٠
٣	٣	٢-	٢
٤	٢	٣-	٣
٥	٥	٠	٠
٦	٦	١+	١
٧	٨	٣+	٣
٨	٤	١-	١
المجموع $\sum$	٤٠		١٢

الحل:

١- نحسب الوسط الحسابي لحجم الأسرة فيكون:

$$\bar{س} = \frac{مج س}{ن} = \frac{٤٠}{٨}$$

$$\bar{س} = ٥ \text{ شخص}$$

٢- نطرح قيمة الوسط الحسابي من قيمة كل مفردة كما هو مبين في العمود رقم (٣)، أي نحسب $(س - \bar{س})$.

٣- نشكل عمود نضع فيه القيمة المطلقة التي حصلنا عليها في العمود الثالث مع إهمال إشارتها الجبرية كما هو مبين في العمود رقم (٤).

٤- نجمع القيم المطلقة (القيم الواردة في العمود رقم ٤) فنحصل الناتج (١٢) ← (في مثالنا).

٥- نقسم مجموع الانحرافات على عدد القيم (ن) وفي مثالنا (ن = ٨)، فنحصل على الانحراف المتوسط عن الوسط الحسابي أي:

$$\bar{س} = \frac{مج |س - \bar{س}|}{ن} = \frac{١٢}{٨} = ١٫٥ \text{ شخص}$$

أو: $$M.D = \frac{\sum |X - \bar{X}|}{ن}$$ ← الانحراف المتوسط

عدد القيم

٤- الانحراف المعياري: Standard Deviation

تعريف: هو الجذر التربيعي لمتوسط مجموع مربع انحراف المفردات عن وسطها الحسابي.

$$\text{أو } ع_{ن} = \sqrt{\frac{\text{مجـ}(س - \bar{س})^2}{ن}}$$

$$\text{أو: } \sigma_n = \sqrt{\frac{\Sigma(X-\bar{X})^2}{n}}$$

إذا أن:

σ_n = ع = الانحراف المعياري.

X = س = قيم الظاهرة المدروسة

$\bar{X}$ = الوسط الحسابي = $\bar{س}$.

n = ن = عدد القيم.

لحساب الانحراف المعياري نتبع الخطوات الآتية:

١- نحسب المتوسط الحسابي للقيم الواردة لدينا من العلاقة:

$$\bar{س} = \frac{\text{مجـ س}}{ن} \quad \text{أو} \quad \bar{X} = \frac{\Sigma X}{n}$$

٢- نفتح عمود نضع فيه الفرق بين القيم والوسط الحسابي أي بمعنى آخر نحسب $(س - \bar{س})$ كما هو مبين في العمود رقم (٢) في المثال التالي.

٣- نربع القيم التي حصلنا عليها في الخطوة السابقة، بمعنى آخر نحسب $(س - \bar{س})^2$ ونضعها في العمود رقم (٣).

٤- نجمع القيم الواردة في العمود رقم (٣) فنحصل على $\text{مجـ}(س - \bar{س})^2$ أو $\Sigma(X-\bar{X})^2$.

٥- نطبق العلاقة: $ع_{ن} = \sqrt{\frac{\text{مجـ}(س - \bar{س})^2}{ن}}$

أو $\sigma_n = \sqrt{\frac{\Sigma(X-\bar{X})^2}{n}}$

(١٠) نحصل على قيمة الانحراف المعياري (هذا إذا كان لدينا مجتمع إحصائي).

أما في حال كان لدينا عينة فنستخدم قانون الانحراف المعياري مع تعديل بيسل وهو $\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum (س - \bar{س})^2}{ن - 1}}$

أو $\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\Sigma (x-\bar{x})^2}{n-1}}$

ملاحظة هامة جداً: استخدم في الامتحان عند حساب الانحراف المعياري، قانون الانحراف المعياري للمجتمع الإحصائي، أي: $\sigma_{ن} = \sqrt{\frac{\sum (س - \bar{س})^2}{ن}}$

أو $\sigma_{n} = \sqrt{\frac{\Sigma (x-\bar{x})^2}{n}}$

مثال: احسب الانحراف المعياري للبيانات الواردة في الجدول الآتي

رقم الأسرة	حجم الأسرة (أ) عمود	عمود (ب)	عمود (ج)
رقم الأسرة	حجم الأسرة (س)	$(س - \bar{س})$	$(س - \bar{س})^2$
١	٧	٢	٤
٢	٥	...	...
٣	٣	٢-	٤
٤	٢	٣-	٩
٥	٥	...	...
٦	٦	١+	١
٧	٨	٣+	٩
٨	٤	$\frac{1}{8}$ (-١)	١
المجموع ٤			٢٨

$\Sigma (س - \bar{س})^2 = \Sigma (+ - \bar{س})^2$

$\Sigma (س - \bar{س})^2 = ٢٨$

(١١) لحساب الانحراف المعياري للجدول السابق نتبع الخطوات الآتية:

١- نحسب الوسط الحسابي من العلاقة: $\bar{س} = \frac{مج س}{ن} = \frac{٤٠}{٨} = ٥$ سنتيمتر
(ملاحظة مهمة لا تنسى الوحدة عند الحساب).

٢- نفتح عمود رقم (٢) ونضع فيه الفروق بين القيم عن الوسط الحسابي كما هو مبين في العمود رقم (٢)، أي نحسب $(س - \bar{س})$ لكل قيمة.

٣- نربع القيم التي حصلنا عليها في العمود رقم (٢) ونضعها في العمود رقم (٣)، فنحصل على $(س - \bar{س})^٢$.

٤- نجمع القيم الواردة في العمود رقم (٣) فنحصل على $مج (س - \bar{س})^٢$ أو $\Sigma (X - \bar{X})^٢$ = في مثالنا (٢٨).

٥- نطبق القانون (العلاقة): $ع = \sqrt{\frac{مج (س - \bar{س})^٢}{ن}}$

$ع_ن = \sqrt{\frac{٢٨}{٨}} = \sqrt{٣,٥} = ١,٨٧$ سنتيمتر

- معامل الاختلاف: (الانحراف المعياري النسبي):
(C.V)
ويسمى بالتغايرية (Coefficient of variation) ويرمز له اختصاراً (C.V)

قد يضطر الجغرافي إلى مقارنة التشتت بين قيم ظاهرتين مختلفتين (الحرارة التي تقاس مثلاً بالدرجة المئوية والرطل التي تقاس بالسنتر مثلاً).
أو قد يضطر أحياناً إلى مقارنة ظاهرة واحدة بمقياسين مختلفين مثال (حمولات الرطل تقاس بالوحدة وبالطن، أي واحدتين مختلفتين

وهذا لا يصلح كمقياس للانحراف المعياري للمقارنة ولذا يلجأ إلى استخدام "معامل الاختلاف" أو (الانحراف المعياري النسبي) وذلك للتخلص من وحدات القياس.

ملاحظة هامة: معامل الاختلاف هو نفسه الانحراف المعياري النسبي الذي يحسب من العلاقة: $\text{ع}\% = \frac{\text{ع}}{\text{س}} \times ١٠٠$

إذا أن: ع% = الانحراف المعياري النسبي أو معامل الاختلاف.

ع = الانحراف المعياري.

س = الوسط الحسابي.

مثال: يبين الجدول الآتي كميات الرطل في إحدى المدن خلال الفترة (١٩٥٥-١٩٦٤).

	عمود (١)		عمود (٢)
العام	كمية الرطل (ملم) (س) أو (X)	$(س - \bar{س})$ أو $(X - \bar{X})$	$(س - \bar{س})^2$ أو $(X - \bar{X})^2$
١٩٥٥	٤١٣	١١٣	١٢٧٦٩
١٩٥٦	٢٧٢	٢٨ -	٧٨٤
١٩٥٧	١٨٨	١١٢ -	١٢٥٤٤
١٩٥٨	٢١٥	٨٥ -	٧٢٢٥
١٩٥٩	٣٠٥	٥ +	٢٥
١٩٦٠	٢٧٩	٢١ -	٤٤١
١٩٦١	٤٠٤	١٠٤	١٠٨١٦
١٩٦٢	٣٠٣	٣	٩
١٩٦٣	٣٦٦	٦٦	٤٣٥٦
١٩٦٤	٢٥٥	٤٥ -	٢٠٢٥
المجموع Σ	٣٠٠٠		٥٠٩٩٤

المطلوب: ١- احسب الانحراف المعياري للجدول السابق.

٢- " " " النسبي " " .

(١٣) الحل: أ- حساب الوسط الحسابي من العلاقة:

$$\bar{س} = \frac{مجـ س}{ن} = \frac{٣٠٠٠}{١٠} = ٣٠٠ \text{ علم}.$$

ب- حساب الانحراف المعياري من العلاقة:

$$ع_ن = \sqrt{\frac{مجـ (س - \bar{س})^2}{ن}} = \sqrt{\frac{٥٠٩٤٤}{١٠}}$$

$$ع_ن = \sqrt{٥٠٩٩٤} = ٧١٫٤١ \text{ علم}.$$

ملاحظة: انظر الحسابات في العمودين (١) و (٢) الواردة في الجدول السابق.

ج- حساب معامل الاختلاف من العلاقة:

$$\%ع = \frac{ع}{\bar{س}} \times ١٠٠$$

أو

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100$$

بالتعويض:

$$\%ع = \frac{٧١٫٤١}{٣٠٠} \times ١٠٠ = ٢٣٫٨\%$$

وهذا يعني أن النسبة المئوية لاختلاف كمية الأمطار السنوية عن متوسطها الحسابي هي (٢٣٫٨٪)، بمعنى أنه في بعض السنوات يمكن أن تزيد كمية الهطل عن متوسطها بمقدار (٢٣٫٨٪) وفي سنوات أخرى يمكن أن تنقص بمقدار (٢٣٫٨٪).

طبعاً يعتبر الانحراف المعياري من أفضل مقاييس التشتت لأنه يأخذ كل القيم الجبرية بالحسبان، وهو من أكثر مقاييس التشتت استخداماً، إذ يعطينا تصوراً حقيقياً على مقدار تشتت البيانات حول وسطها.

تجدر الإشارة إلى أنه كلما زادت قيمة مقياس التشتت مثل الانحراف المعياري أو الانحراف المتوسط ..... الخ كلما دل ذلك على عدم تجانس تلك البيانات وتشتتها وتباعدها.

انتهت المحاضرة الرابعة