المحاضرة السابعة

① معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

معامل الانحدار

أولاً - معامل ارتباط الرتب لسبيرمان:

يُستخدم معامل ارتباط بيرسون لقياس درجة الترابط كمياً بين ظاهرتين كميتين (مقيستين كمياً)، أما إذا كانت البيانات التي لدينا هي بيانات نوعية فانه لمعرفة درجة الترابط بين متغيراتها تستخدم عندئذ طريقة (سبيرمان) لحساب معامل الارتباط، والتي تعرف بمعامل ارتباط الرتب.

وقد يستعمل أحياناً من أجل قياس العلاقة بين ظاهرتين إحداهما كمية والأخرى نوعية، كما يستعمل من أجل قياس درجة الترابط بين ظاهرتين كميتين تسهيلاً للحسابات.

ما المقصود بالرتب (Ranks)، وهو أن نستبدل الصفات النوعية بقيم عددية تسمى رتباً (Ranks) لكل متغير على حدى.

مثال (1) عن ظاهرتين نوعيتين:

يبين الجدول الآتي مستوى الأبناء التعليمي وحالة الأم التعليمية. (عمود ا، ٢)

رقم الأسرة	عمود (١) حالة الأم التعليمية	عمود (٢) مستوى التحصيل الدراسي للأبناء	عمود (٣) رتب حالة الأم التعليمية	عمود (٤) رتب التحصيل الدراسي للأبناء	عمود (٥) (د) الفرق بين الرتب	عمود (٦) (d^2) $(د^2)$
١	أمية	وسط	١	٢	-١	١
٢	تقرأ وتكتب	ضعيف	٢	١	١	١
٣	ابتدائية	جيد	٣	٣	٠	٠
٤	إعدادية	جيد جداً	٤	٤	٠	٠
٥	ثانوية	ممتاز	٥	٥	٠	٠
٦	جامعية	متفوق	٦	٦	٠	٠
ن = ٦				مجـ (٤)		مجـ (٦)

⑦

المطلوب: احسب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان للجدول السابق.

الحل: ١- نعطي حالة الأم التعليمية رتباً (الظاهرة الأولى) إما تصاعدياً أو تنازلياً، (في مثالنا الحالة التعليمية للأم) ونضعها في العمود رقم (٣) (كما هو مبين في الجدول السابق).

٢- نعطي مستوى التحصيل الدراسي للأبناء (الظاهرة الثانية) رتباً (إما تصاعدياً أو تنازلياً) ونضعها في العمود (٤).

٣- نحسب الفروق بين رتب الظاهرة الأولى والثانية، أي نطرح رتب الظاهرة الثانية من رتب الظاهرة الأولى، ونضع الناتج في العمود رقم (٥) والذي عنوانه (د) أو (d).

٤- نربع الفروق (د) أو (d) التي حسبناها في العمود (٥) ونضع الناتج في العمود رقم (٦) والذي سيكون عنوانه ($د^2$) أو (d^2).

٥- نجمع مربعات الفروق (د) الواردة في العمود (٦) فنحصل على ($مجـ د^2$) أو (Σd^2)، وفي مثالنا يعادل الناتج (٢). (انظر الجدول السابق).

٦- نطبق العلاقة الآتية:

$$ر_ت = 1 - \frac{6 (مجـ د^2)}{ن^3 - ن}$$

أو بالرموز الأجنبية:

$$r_s = 1 - \frac{6 \Sigma d^2}{n^3 - n}$$

إذ أن: $ر_ت$ = قيمة معامل ارتباط الرتب حسب طريقة سبيرمان،

$ن \times ن \times ن = ن^3$ = عدد أزواج الرتب للصفات مرفوع للقوة (٣)

ن = عدد أزواج الرتب للصفات،

وبالتعويض في مثالنا السابق نجد أن:

$$ر_ت = 1 - \frac{6 (٢)}{٢١٦ - ٦} = 1 - \frac{١٢}{٢١٠} = 1 - ٠,٠٥٧ = ٠,٩٤٣$$

$ر_ت = ٠,٩٤٣$

إذا كان ارتباط طردي وقوي جداً لأنه قريب جداً من (١)، عندئذ نقول أن هناك ارتباط طردي قوي جداً بين حالة الدم التعليمية ومستوى التحصيل العلمي للأبناء.

مثال (٢): (حساب معامل ارتباط الرتب بين ظاهرتين كميتين).

يبين الجدول الآتي مساحة (٩) محافظات وأعداد سكانها، المطلوب حساب معامل ارتباط الرتب حسب طريقة سبيرمان، وما هي دلالته.

المحافظة	المساحة (ألف كم٢)	عدد السكان (ألف نسمة)	رتب المساحة تنازلياً	رتب السكان تنازلياً	الفروق (د) (d)	(د٢) (d^2)
١	٥	٤٠	٧	٨	-١	١
٢	٦	٥٣	٦	٦	٠	٠
٣	٣	٣٢	٩	٩	٠	٠
٤	٤	٤٢	٨	٧	+١	١
٥	١١	٦٣	٤	٤	٠	٠
٦	١٣	٦٨	٢	١	+١	١
٧	١٠	٦٠	٥	٥	٠	٠
٨	١٢	٦٥	٣	٣	٠	٠
٩	١٤	٦٦	١	٢	-١	١
(ع) (٤)						٤
						↓ مجـ د٢

(اخترنا الرتب التنازلية في هذا المثال عكس المثال السابق) (Σd^2)

نتبع الخطوات التي اتبعناها في حل المثال الأول باستثناء أننا اخترنا الرتب التنازلية للقيم بدل الرتب التصاعدية في المثال السابق.

نلاحظ في الجدول المذكور أعلاه أن قيمة $(مجـ د^2) = 4$،

أما قيمة ن = 9 = عدد أزواج القيم.

نطبق العلاقة: $ر_ت = 1 - \frac{6 مجـ د^2}{ن^3 - ن} = 1 - \frac{6(4)}{9^3 - 9}$

$ن^3 = 9 \times 9 \times 9 = 9^3 = 729$

بالتعويض $ر_ت = 1 - \frac{4}{729 - 9} = 1 - \frac{4}{720} = 1 - 0.033 = 0.967$

إذاً $ر_ت = +0.967$ فالارتباط طردي قوي جداً

بسبب مساهمة الملاحظات والأعداد سالفة الذكر.

ونجدر الإشارة إلى أنه يمكننا قياس معامل ارتباط الرتب لسبيرمان بين ظاهرتين إحداهما كمية والثانية نوعية وذلك بعد تحويل قيم الظاهرة الكمية والنوعية إلى رتب كما هو الحال في المثالين السابقين.

- اختبار قيمة معامل ارتباط الرتب لسبيرمان:

بالنسبة لمعرفة الأهمية الإحصائية لمعامل ارتباط الرتب لسبيرمان، هناك جدول خاص تبين فيه قيمة (N) (عدد أزواج القيم) والقيم التي يجب أن تكون قيمة ($ر_ت$) أو ($ر_س$) التي حصلنا عليها عند حسابنا لمعامل ارتباط الرتب لسبيرمان أكبر منها حتى تكون ذات أهمية إحصائية.

ففي مثالنا الأخير مثلاً ننظر في عمود (N) إلى القيمة (9) في الجدول الخاص باختبار قيمة ($ر_ت$) لأن عدد القيم لدينا في المثال كان (9) نجد القيمة المقابلة عند مستوى أهمية (0.05)

تعادل ٠٫٦٠٠ .

نقارن قيمة (ر ت) التي حصلنا عليها وهي (٠٫٩٦٦٦) مع (٠٫٦٠٠) قيمة ر ت الجدولية فنجد أنه: (٠٫٩٦٦٦ > ٠٫٦٠٠)، أي أن قيمة ر ت المحسوبة (التي حسبناها) أكبر من قيمة ر ت الجدولية التي عثرنا عليها في الجدول) وبالتالي نقول أنه الارتباط حقيقي بين مساحة المحافظات وعدد السكان.

أما إذا كانت قيمة ر ت < ر ت الجدولية فنقول عندئذ أنه يوجد ارتباط ظاهري أو يعود إلى عامل الصدفة.

ثانياً - معامل الاقتران:

تكلمنا عن طرق قياس العلاقة بين الظاهرات التي يمكن قياسها رقمياً، ولكن هناك بعض الظاهرات يصعب قياسها بالأرقام في بعض الأحيان، أي أن البيانات لدينا تكون مجرد صفات، ومثال ذلك العلاقة بين نوع الشخص (ذكر أو أنثى) ونوع العمل الذي يقوم به (صناعي أو تجاري)، وفي هذه الحالة لا نستطيع استخدام معامل الارتباط حسب طريقة كارل بيرسون لقياس الارتباط بين الظاهرتين، ولابد من استخدام بعض المقاييس الأخرى.

فإذا كانت بيانات الظاهرتين موضوعة في جدول بسيط مزدوج مقسم إلى قسمين لكل ظاهرة (أي يكون لدينا (٤) خلايا) فإن أفضل المقاييس المستخدمة في هذه الحالة لقياس الارتباط هو "معامل الاقتران"، الذي وضعه العالم "Yule" لقياس العلاقة بين الصفات.

مثال ١: لنفرض أننا نريد دراسة العلاقة بين الحالة التعليمية وحالة الزواجية لمجموعة من سكان مدينة دمشق (١٠ سنوات فأكثر) كما هو مبين في الجدول التالي:

(١) - عن نتائج التعداد العام للسكان عام (١٩٧٠)، محافظة دمشق، جدول (٥).

الحالة الزواجية	الحالة التعليمية	
	أمي	يحمل شهادة جامعية
متزوج	٩٨٠٤٢	٧٢١١
لم يتزوج أبدًا	١٨٩٧٣	٣٥٦٩

يكون جدول الاقتران على الشكل الآتي:

أ	ب
جـ	د

أو:

A	B
C	D

ويكون حساب معامل الاقتران $ن = \frac{أ.د - ب.جـ}{أ.د + ب.جـ}$

أو بالرموز الأجنبية: $C.A = \frac{AD - BC}{AD + BC}$

وبالتعويض: $ن = \frac{(١٨٩٧٣ \times ٧٢١١) - (٣٥٦٩ \times ٩٨٠٤٢)}{(١٨٩٧٣ \times ٧٢١١) + (٣٥٦٩ \times ٩٨٠٤٢)}$

$$ن = \frac{١٣٦٨١٤٣٠٣ - ٣٤٩٩١١٩٨}{١٣٦٨١٤٣٠٣ + ٣٤٩٩١١٩٨}$$

$$ن = \frac{ق ١٣٠٩٧٠٥٩٥}{٤٨٦٧ ق ٦٤٠١} = ٠٫٤٣$$

طبعاً الناتج في هذا المثال يدل على اقتران طردي نوعاً ما، أي أنّ هناك اقتران بين الحالة التعليمية والحالة الزواجية.

وهذا المعامل يكون دائماً أقل من +١ وإذا كان صفراً أو قريباً من الصفر كان دليلاً على عدم وجود اقتران، أو أنّ الاقتران ضعيف، وإذا كان سالباً كان الاقتران عكسياً.

مثال ٢: إذا أردنا معرفة درجة الترابط بين لون الشعر ولون العينين لعينة من الأشخاص مكونة من (١٠٠) شخص موزعين في جدول الاقتران الآتي:

لون الشعر	لون العينين	
	أخضر	بني
أسود	١٩	ق١
كستنائي	ق٥	٣٥

المطلوب: احسب معامل الاقتران للجدول السابق (درجة الترابط بين لون الشعر ولون العينين)، (لاحظ بين صفتين).

الحل: ١- نرسم جدول الاقتران على الشكل الآتي:

أ	ب
ج	د

٦- نحسب معامل الاقتران من العلاقة الآتية:

$$ن = \frac{أد - بج}{أد + بج}$$

حيث: ن = معامل الاقتران،

أ، ب، ج، د تمثل القيم التي تأخذها الخلايا.

بالتعويض: $$ن = \frac{(٥٥ \times ٢١) - (٣٥ \times ١٩)}{(٥٥ \times ٢١) + (٣٥ \times ١٩)}$$

$$ن = \frac{٥٢٥ - ٦٦٥}{٥٢٥ + ٦٦٥} = \frac{١٤٠}{١١٩٠} = ٠,١١٧ \approx ٠,١٢$$

وهذا يدل على ارتباط ضعيف جداً بين ظاهرة لون الشعر ولون العينين.

طبعاً تتراوح قيمة (ن) ما بين (-١) و(+١)، كما هو الحال في معامل الارتباط لكارل بيرسون، وإذا كانت قيمته سالبة فيدل على اقتران عكسي بين الصفات، أما إذا كانت قيمته موجبة فيدل على اقتران طردي بين الصفات، وكلما اقتربت من الصفر كان الاقتران ضعيفاً كما هو الحال في المثال رقم (٦).

انتهت المحاضرة