اختبار كاي مربع

هذا المقياس يضع تحت تصرف الباحث الجغرافي طريقة فنية، على جانب كبير من الأهمية، لاختبار الفرضية. فهو يهدف إلى الكشف عن وجود علاقة ما بين ظاهرتين، وذلك عن طريق معرفة التكرارات الفعلية (أو المشاهدة) لكل ظاهرة من الظواهر الجغرافية، ومقارنتها بالتكرارات النظرية (أو المتوقعة)، لتقويم الفرق بينهما، وتقدير درجة مطابقة النتائج التجريبية للفروض النظرية(٤).

ومن الواضح أنه كلما صغرت الفروق بين التكرارات الفعلية والتكرارات النظرية صغرت قيمة كاي مربع، وكان دليلا على مطابقة الفرض النظري للواقع المشاهد. وهذا مايسمى باختبار جودة التوفيق أو حسن المطابقة Test for goodness of fit ، وبالتالي تدل مبدئياً على وجاهة الفرضية وعدم وجود دليل يناقضها.

ولكى نشرح معنى هذا الاختبار، يجدر بنا أن نستعين بمثال(٥):

أخذت عينة عشوائية من إحدى المناطق الريفية، مكونة من ٢٠٠ قرية، موزعة على خمسة أنواع متباينة من البنية وأشكال السطح المختلفة، وحسبت النسبة المئوية من الأرض التي يحتلها كل نوع من هذه الأنواع الخمسة بالنسبة للمساحة الاجمالية، كما هو واضح في الجدول الآتي :

---

(٤) التكرار في المفهوم الجغرافي هو التوزيع بعينه.

Scanned by TapScanner

جدول (١)

توزيع عيّنة عشوائية مكونة من ٢٠٠ قرية بحسب البنية وأشكال السطح المختلفة

النـــــوع	عدد القرى (التكرار)	نسبة العينة إلى المساحة الاجمالية
١ ـ رواسب نهرية	١٠	١٠ ٪
٢ ـ مصاطب نهرية	١٠٠	٣٥ ٪
٣ ـ منحدرات شديدة	٢	١٠ ٪
٤ ـ هضبات جيرية	٣٨	٢٥ ٪
٥ ـ هضاب من الحجر الرملي	٥٠	٢٠ ٪
	٢٠٠	١٠٠ ٪

يتضح من الجدول السابق أن التكرارات لا تتناسب مع المساحات التي تمثلها عينـات الأرض المختلفة بالنسبة للمساحات الاجمالية، فالمصاطب النهرية مثلا تشتمل على ١٠٠ قرية ولا تحتل سوى ٣٥٪ من المساحة الإجمالية، والمنحدرات الشديدة لا تضم سوى قريتين، في حين أنها تشغل ١٠٪ من المساحة الإجمالية، والهضاب المكونة من الحجر الرملي تشتمل على ٥٠ قرية، وتحتل ٢٠٪ من المساحة الإجمالية.. الخ.

وهذا يترتب عليه السؤال الآتي : هل الفرق بين التكرارات والنسب المئوية للمسـاحات، التي تحتلها كل فئة من الفئات، فرق ظاهري يرجع إلى عامل الصدفة، أم أنه فرق جوهري يرجع إلى مظاهر السطح واختلاف البنية؟

وقبـل الحديث عن الخطوات العملية، لابد من توضيح الفكرة من الناحية النـظرية، فنقـول: إنه في كثير من الدراسات التي تجري بالمعاينة، نصل إلى مقاييس أو معاملات أو نسب مئوية، يرغب الباحث في اختبار معنوية أو دلالة النتـائج التي وصل إليها؛ أى الحكم عليها بالاجابة على السؤال الآتي : هل جاءت هذه النتائج وليدة الصدفة، أم أنها نتائج معنوية أو جوهرية يعتمد عليها؟ ومما يجدر ذكره، أن الباحث يلجأ إلى هذه الاختبارات في حال إجراء الدراسة

Scanned by TapScanner

بطريقة المعاينة فقط، بمعنى أننا لو أجرينا هذه الدراسات بالتعداد، لما كان هناك أي داعٍ لإجراء هذه الاختبارات.

ومن أجل حل هذه المسألة، يجدر بنا أن نتبع الخطوات التالية :

أولا ـ نحدد الفرضية التي نريد اختبارها في هذه المسألة، بعدم وجود علاقة بين طبيعة الأرض وتكرار الظاهرة ، وهذا ما يعرف « بفرضية العدم » Null hypothis ؛ أى أنها تفترض عدم وجود فرق جوهرى بين التكرارات الفعلية والتكرارات النظرية ، بمعنى أن الفرق بين التكرارات الفعلية والتكرارات النظرية يساوي صفراً . وهذه الفرضية تعكس الشك العفوى لدى الباحث نتيجة التجربة ، إلى أن يثق بأنها حقيقية وليست ظاهرية .

ثانياً ـ نحدد مستوى الدلالة Level of significance على النحو المتعارف عليه، وهو ١٪ و ٥٪. وبرغم أن الحاجة قد تدعو أحياناً إلى استعمال مستويات أخرى للدلالة، فإننا سنكتفي في مثالنا هذا على هذين المستويين فقط.

ويعني مستوى الدلالة (أو المعنوية) الحد الأعلى من الأخطاء التي نسمح لأنفسنا بارتكابها، لكى يكون بامكاننا على أساسه رفض الفرضية أو قبولها، فمستوى دلالة ٥٪ يعني أننا ارتكبنا خطأ احتمالياً مقداره ٥٪ في رفض الفرضية، في الوقت الذي تكون فيه صحيحة، كما يعني أن مستوى الثقة في هذه الفرضية يساوي

١ - ٠,٠٥ = ٠,٩٥ أى ٩٥٪.

ثالثا ـ نحسب التكرارات النظرية، وذلك باعداد جدول توافق نظري Con-tingency ، نفترض فيه أن جموعه مساوية لجموع الجدول الفعلي، ونحسب التكرارات النظرية (أو المتوقعة) لكل خانة بطريقة التناسب، على افتراض عدم وجود فرق احصائي بين التكرار وطبيعة الأرض في أي مكان، أي إنشاء سلسلة من التكرارات النظرية ينتظر معها أن نجدها في مختلف الفئات، إذا كانت تكرارات القرى وطبيعة الأرض مستقلة في حقيقة الأمر الواحدة عن الأخرى، وإذا لم نأخذ بعين الاعتبار تأثير عاملى الحظ والصدفة.

Scanned by TapScanner

جدول (٢)
توزيع القرى حسب طبيعة الأرض والنسب المئوية للمساحة

النـــــوع	رواسب نهريـة	مصاطب نهريـة	منحدرات شـديدة	هضـاب جـيرية	هضـاب الحجـر الرملي
التكرار النظري (ك)	ك١	ك٢	ك٣	ك٤	ك٥
التكرار الفعلي (ك ن)	ك ن١	ك ن٢	ك ن٣	ك ن٤	ك ن٥

وإذا ربعنا الفروق بين التكرارات المشاهدة والنظرية، ثم قسمنا كلا من هذه المربعات على التكرار النظري للفئة، حصلنا بعد الجمع على كمية يرمز اليها بالحرف كا٢ بدلا مـن الحرف الاغريقي X^2 (كاي مربع)(٦).

$$كا^2 = مجـ \frac{(ك - ك_ن)^2}{ك_ن}$$

$$كا^2 = \frac{(ك_1 - ك_{ن1})^2}{ك_{ن1}} + \frac{(ك_2 - ك_{ن2})^2}{ك_{ن2}} + \frac{(ك_3 - ك_{ن3})^2}{ك_{ن3}} + \frac{(ك_4 - ك_{ن4})^2}{ك_{ن4}} + \frac{(ك_5 - ك_{ن5})^2}{ك_{ن5}}$$

ونحسب التكرارات النظرية لكل خانة بحسب التناسب، كما هو واضح في جدول التوافق النظري الآتي :

جدول (٣)
توزيع القرى حسب طبيعة الأرض والنسب المئوية للمساحة

النـــــوع	رواسب نهريـة	مصاطب نهريـة	منحدرات شـديدة	هضـاب جـيرية	هضـاب من الحجـر الرملي	المجمـوع
التكرار النظري	س١	س٢	س٣	س٤	س٥	٢٠٠
التكرار الفعـلي	١٠	٣٥	١٠	٢٥	٢٠	١٠٠

(٦) Ibid, pp. 238 - 240

Scanned by TapScanner

$$\frac{س_1}{10} = \frac{200}{100} \quad \text{ومنه} \quad س_1 = \frac{200 \times 10}{100} = 20$$

$$\frac{س_2}{35} = \frac{200}{100} \quad \text{ومنه} \quad س_2 = \frac{200 \times 35}{100} = 70$$

$$\frac{س_3}{10} = \frac{200}{100} \quad \text{ومنه} \quad س_3 = \frac{200 \times 10}{100} = 20$$

$$\frac{س_4}{25} = \frac{200}{100} \quad \text{ومنه} \quad س_4 = \frac{200 \times 25}{100} = 50$$

$$\frac{س_5}{20} = \frac{200}{100} \quad \text{ومنه} \quad س_5 = \frac{200 \times 20}{100} = 40$$

وبالتعويض ينتج :

جدول (٤)

توزيع القرى حسب طبيعة الأرض والنسب المئوية للمساحة

النـــــوع	رواسب نهرية	مصاطب نهرية	منحدرات شديدة	هضاب جيرية	هضاب من الحجر الرملي
التكرار الفعلي	١٠	١٠٠	٢	٣٨	٥٠
التكرار النظري	٢٠	٧٠	٢٠	٥٠	٤٠
ك - ك$_ن$ =	- ١٠	٣٠	- ١٨	- ١٢	١٠
(ك - ك$_ن$)^2 =	١٠٠	٩٠٠	٣٢٤	١٤٤	١٠٠
$\frac{(ك - ك_ن)^2}{ك_ن}$ =	٥,٠	١٢,٩	١٦,٢	٢,٩	٢,٥

وبما أن كا^2 = مجـ $\frac{(ك - ك_ن)^2}{ك_ن}$

كا^2 = ٥,٠ + ١٢,٩ + ١٦,٢ + ٢,٩ + ٢,٥

كا^2 = ٣٩,٥

Scanned by TapScanner

ويمكن الوصول إلى نفس النتيجة بتطبيق القيم العددية للجدول (٤) على دستور كاي مربع، على النحو الآتي :

$$\text{كا}^{٢} = \frac{(١٠ - ٢٠)^{٢}}{٢٠} + \frac{(١٠٠ - ٧٠)^{٢}}{٧٠} + \frac{(٢ - ٢٠)^{٢}}{٢٠} + \frac{(٣٨ - ٥٠)^{٢}}{٥٠} + \frac{(٥٠ - ٤٠)^{٢}}{٤٠}$$

$$= ٥,٠ + ١٢,٩ + ١٦,٢ + ٢,٩ + ٢,٥ = ٣٩,٥$$

ولكن معرفة القيمة المطلقة للكمية كا^{٢} في أي مسالة لاتكفي لمعرفة مانريده، الا وهو درجة التطابق بين نتائج التجربة ونتائج النظرية، ولابد لإتمام البحث من معرفة التوزيع التكراري لقيم الكمية كا^{٢}.

وقد اهتدى كارل بيرسون(٧) إلى معرفة قانون التوزيع التكراري لقيم الكمية كا^{٢}، واستخدام هذا التوزيع في حساب الاحتمال الخاص بكل قيمة لها، وأنشأ جدولا يعطي الاحتمال المناظر لكل قيمة، حسب ظروفها. وبذلك يكون لدينا مقياس مناسب، لقياس درجة مطابقة النتائج العملية للنظريات المؤسسة عليها هذه التجارب، وهذا مايسمى اختبار حسن المطابقة.

٥ ـ نوجد قيمة كاي مربع النظرية، وهذه تتطلب معرفة عدد درجات الحرية Degrees of freedom ، وعدد درجات الحرية تشير ببساطة إلى عدد انحرافات مفردات القيم عن قيمتها المتوسطة، بمعنى أن كل مفردة من مفردات أي متغير لها حق الانحراف عن المتوسط بقيمة غير محددة، ماعدا قيمة المتوسط نفسه. فإذا كان لدينا عدد من المفردات قدره (ن)، فإن درجات الحرية تساوي : (ن - ١). وباختصار، هي عدد الفرص التي يمكن أن تتغير معها التكرارات النظرية عن التكرارات الفعلية بصورة مستقلة، وعددها في هذا المثال هو أربع درجات، نحددها كما يلي :

ن = (خ - ١) (غ - ١).

حيث أن ن = عدد درجات الحرية.

(٧) انظر الملحق (١) Pearson, K., Tables for Statiscians and Biometricians, part I, pp. 26 - 28.

Scanned by TapScanner

خ = ترمز إلى عدد الصفوف.

غ = ترمز إلى عدد الأعمدة.

فيكون: ن = (٢ - ١) (٥ - ١) = ٤

وبالرجوع إلى جدول قيم كا٢ على أساس مستوى الدلالة الأول(٨)

ح = ٠,٠١ وعدد درجات الحرية ٤، نجد أن:

كا٢ = ١٣,٢٨

وإذا اعتمدنا على مستوى الدلالة الثاني ح = ٠,٠٥ بدلا من ٠,٠١، ورجعنا إلى جدول قيم كا٢ عند هذا المستوى، وذلك العدد ٤ من درجات الحرية، نجد أن:

كا٢ = ٩,٤٩

٦ - وفي نهاية المطاف يأتي دور المقارنة والقرار، فإذا قارنا بين قيمة كاي مربع الفعلية وهى كا٢ = ٣٩,٥ مع قيمة كاي مربع النظرية من أجل مستوى دلالة ٠,٠١ وهى ١٣,٢٨، لوجدنا أن:

كا٢ الفعلية > كا٢ النظرية.

وكذلك الحال، من أجل مستوى دلالة ٠,٠٥ وهى ٩,٤٩ لوجدنا أيضا أن:

كا٢ الفعلية > كا٢ النظرية.

ونستنتج من هذا، أن الفرق بين التكرارات النظرية والتكرارات الفعلية هو فرق جوهري، ولذا نرفض فرضية العدم، ونقول بأن هناك علاقة بين طبيعة الأرض وتوزيع القرى.

Scanned by TapScanner

ملحق (١)

جـــدول قيم كا٢

مبوبة تبعاً لاحتمالات (ح) ودرجات حرية (د)

د \ ح	٠٠١ر	٠٠٢ر	٠٠٥ر	٠١٠ر	٠٥٠ر	٠٩٠ر	٠٩٥ر	٠٩٨ر	٠٩٩ر	د \ ح
١	٦,٦٣٥	٥,٤١٢	٣,٨٤١	٢,٧٠٦	,٤٥٥	,٠١٥٨	,٠٠٣٩٣	,٠٠٠٦٢٨	,٠٠٠١٥٧	١
٢	٩,٢١٠	٧,٨٢٤	٥,٩٩١	٤,٦٠٥	١,٣٨٦	,٢١١	,١٠٣	,٠٤٠٤	,٠٢٠١	٢
٣	١١,٣٤٥	٩,٨٣٧	٧,٨١٥	٦,٢٥١	٢,٣٦٦	,٥٨٤	,٣٥٢	,١٨٥	,١١٥	٣
٤	١٣,٢٧٧	١١,٦٦٨	٩,٤٨٨	٧,٧٧٩	٣,٣٥٧	١,٠٦٤	,٧١١	,٤٢٩	,٢٩٦	٤
٥	١٥,٠٨٦	١٣,٣٨٨	١١,٠٧٠	٩,٢٣٦	٤,٣٥١	١,٦١٠	١,١٤٥	,٧٥٢	,٥٥٤	٥
٦	١٦,٩١٢	١٥,٠٣٣	١٢,٥٩٢	١٠,٦٤٥	٥,٣٤٨	٢,٢٠٤	١,٦٣٥	١,١٣٤	,٨٧٢	٦
٧	١٨,٤٧٥	١٦,٦٢٢	١٤,٠٦٧	١٢,٠١٧	٦,٣٤٦	٢,٨٣٣	٢,١٦٧	١,٥٦٤	١,٢٣٩	٧
٨	٢٠,٠٩٠	١٨,١٦٨	١٥,٥٠٧	١٣,٣٦٢	٧,٣٤٤	٣,٤٩٠	٢,٧٣٣	٢,٠٣٢	١,٦٤٦	٨
٩	٢١,٦٦٦	١٩,٦٧٩	١٦,٩١٩	١٤,٦٨٤	٨,٣٤٣	٤,١٦٨	٣,٣٢٥	٢,٥٣٢	٢,٠٨٨	٩
١٠	٢٣,٢٠٩	٢١,١٦١	١٨,٣٠٧	١٥,٩٨٧	٩,٣٤٢	٤,٨٦٥	٣,٩٤٠	٣,٠٥٩	٢,٥٥٨	١٠
١١	٢٤,٧٢٥	٢٢,٦١٨	١٩,٦٧٥	١٧,٢٧٥	١٠,٣٤١	٥,٥٧٨	٤,٥٧٥	٣,٦٠٩	٣,٠٥٣	١١
١٢	٢٦,٢١٧	٢٤,٠٥٤	٢١,٠٢٦	١٨,٥٤٩	١١,٣٤٠	٦,٣٠٤	٥,٢٢٦	٤,١٧٨	٣,٥٧١	١٢
١٣	٢٧,٦٨٨	٢٥,٤٧٢	٢٢,٣٦٢	١٩,٨١٢	١٢,٣٤٠	٧,٠٤٢	٥,٨٩٢	٤,٧٦٥	٤,١٠٧	١٣
١٤	٢٩,١٤١	٢٦,٨٧٣	٢٣,٦٨٥	٢١,٠٦٤	١٣,٣٣٩	٧,٧٩٠	٦,٥٧١	٥,٣٦٨	٤,٦٦٠	١٤
١٥	٣٠,٥٧٨	٢٨,٢٥٩	٢٤,٩٩٦	٢٢,٣٠٧	١٤,٣٣٩	٨,٥٤٧	٧,٢٦١	٥,٩٨٥	٥,٢٢٩	١٥
١٦	٣٢,٠٠٠	٢٩,٦٣٣	٢٦,٢٩٦	٢٣,٥٤٢	١٥,٣٣٨	٩,٣١٢	٧,٩٦٢	٦,٦١٤	٥,٨١٢	١٦
١٧	٣٣,٤٠٩	٣٠,٩٩٥	٢٧,٥٨٧	٢٤,٧٦٩	١٦,٣٣٨	١٠,٠٨٥	٨,٦٧٢	٧,٢٥٥	٦,٤٠٨	١٧
١٨	٣٤,٨٠٥	٣٢,٣٤٦	٢٨,٨٦٩	٢٥,٩٨٩	١٧,٣٣٨	١٠,٨٦٥	٩,٣٩٠	٧,٩٠٦	٧,٠١٥	١٨
١٩	٣٦,١٩١	٣٣,٦٨٧	٣٠,١٤٤	٢٧,٢٠٤	١٨,٣٣٨	١١,٦٥١	١٠,١١٧	٨,٥٦٧	٧,٦٣٣	١٩
٢٠	٣٧,٥٦٦	٣٥,٠٢٠	٣١,٤١٠	٢٨,٤١٢	١٩,٣٣٧	١٢,٤٤٣	١٠,٨٥١	٩,٢٣٧	٨,٢٦٠	٢٠
٢١	٣٨,٩٣٢	٣٦,٣٤٣	٣٢,٦٧١	٢٩,٦١٥	٢٠,٣٣٧	١٣,٢٤٠	١١,٥٩١	٩,٩١٥	٨,٨٩٧	٢١
٢٢	٤٠,٢٨٩	٣٧,٦٥٩	٣٣,٩٢٤	٣٠,٨١٣	٢١,٣٣٧	١٤,٠٤١	١٢,٣٣٨	١٠,٦٠٠	٩,٥٤٢	٢٢
٢٣	٤١,٦٣٨	٣٨,٩٦٨	٣٥,١٧٢	٣٢,٠٠٧	٢٢,٣٣٧	١٤,٨٤٨	١٣,٠٩١	١١,٢٩٣	١٠,١٩٦	٢٣
٢٤	٤٢,٩٨٠	٤٠,٢٧٠	٣٦,٤١٥	٣٣,١٩٦	٢٣,٣٣٧	١٥,٦٥٩	١٣,٨٤٨	١١,٩٩٢	١٠,٨٦٠	٢٤
٢٥	٤٤,٣١٤	٤١,٥٦٦	٣٧,٦٥٢	٣٤,٣٨٢	٢٤,٣٣٧	١٦,٤٧٣	١٤,٦١١	١٢,٦٩٧	١١,٥٢٤	٢٥
٢٦	٤٥,٦٤٢	٤٢,٨٥٦	٣٨,٨٨٥	٣٥,٥٦٣	٢٥,٣٣٦	١٧,٢٩٢	١٥,٣٧٩	١٣,٤٠٩	١٢,١٩٨	٢٦
٢٧	٤٦,٩٦٣	٤٤,١٤٠	٤٠,١١٣	٣٦,٧٤١	٢٦,٣٣٦	١٨,١١٤	١٦,١٥١	١٤,١٢٥	١٢,٨٧٦	٢٧
٢٨	٤٨,٢٧٨	٤٥,٤١٩	٤١,٣٣٧	٣٧,٩١٦	٢٧,٣٣٦	١٨,٩٣٩	١٦,٩٢٨	١٤,٨٤٧	١٣,٥٦٥	٢٨
٢٩	٤٩,٥٨٨	٤٦,٦٩٣	٤٢,٥٥٧	٣٩,٠٨٧	٢٨,٣٣٦	١٩,٧٦٨	١٧,٧٠٨	١٥,٥٧٤	١٤,٢٥٦	٢٩
٣٠	٥٠,٨٩٢	٤٧,٩٦٢	٤٣,٧٧٣	٤٠,٢٥٦	٢٩,٣٣٦	٢٠,٥٩٩	١٨,٤٩٣	١٦,٣٠٦	١٤,٩٥٣	٣٠

Scanned by TapScanner