جامعة دمشق كلية الاقتصاد التعليم المفتوح – ادارة المشروعات السنة الثانية	امتحان الفصل الأول للعام الدراسي 2021-2022 مقرر الأساليب الكمية تاريخ الامتحان : / 3 / 2022 مدة الامتحان ساعتين	**سلم التصحيح**

السؤال الأول(30 علامة) : أجب على أحد السؤالين التاليين :

أولا – اشرح الافتراضات الرئيسية للبرمجة الخطية ؟

2-3- الافتراضات الرئيسية للبرمجة الخطية:

هناك فنياً خمسة متطلبات إضافية لمشكلة البرمجة الخطية والتي يجب أن تكون واضحة:

1- **التأكد:** ويقصد به أن متخذ القرار على معرفة مؤكدة بعدد الأهداف والقيود، أي أنه في حالة تأكد كامل بالمتغيرات والعوامل الخاصة بالمشكلة وبالتالي يكون على علم تام بمعاملات دالة الهدف، والموارد المتاحة ، والمستوى التكنولوجي والمعاملات الفنية للقيود ....الخ. وبناء على ذلك يعتبر أسلوب البرمجة الخطية من الأساليب المحددة لا الاحتمالية. وبالتالي فإن هذه القيود والمعاملات لن تتبدل أثناء الدراسة.

2- **وجود علاقة تناسبية Proportionality:** ويعني ذلك أن التغير في مستوى الإنتاج سيؤدي إلى تغيير مناسب في حجم الموارد المستخدمة، فإذا كانت الوحدة الواحدة من المنتج تحتاج إلى 2 ساعة عمل فإن إنتاج 10 وحدات يتطلب 20 ساعة عمل.

3- **الجمع Additively :** تؤكد هذه الخاصة استمرار العلاقة الخطية بين عناصر المشكلة، وهي تعني أن هامش المساهمة الإجمالي والقدر المستخدم من الموارد لكل المنتجات يعادل مجموع هامش المساهمة لكل منتج والقدر المستخدم من الموارد لكل منتج.

4- **القابلية للتجزئة Divisibility:** وتعني هذه الخاصة أن الحل وفق طريقة البرمجة الخطية يمكن أن يعطي القيم الكسرية للمتغيرات، وتعد هذه الصفة هامة بصورة خاصة عندما يود الإداري أن يحصل على النتائج على شكل أرقام صحيحة، كما في تحديد عدد الوحدات المنتجة.

5- **خاصة عدم السلبية(الإيجابية)Non-Negativity :** وتعني هذه الخاصة أن القيمة التي تأخذها المتغيرات نتيجة الحل المقترح يجب أن تكون موجبة حتى تمثل وحدات حقيقية، إذ لا يمكن إنتاج وحدات عددها أقل من الصفر.

ثانيا - أوجد الحل الأمثل للنموذج الرياضي التالي باستخدام طريقة الرسم البياني ؟

$$\text{MAX } Z = 4X_1 + 3X_2$$

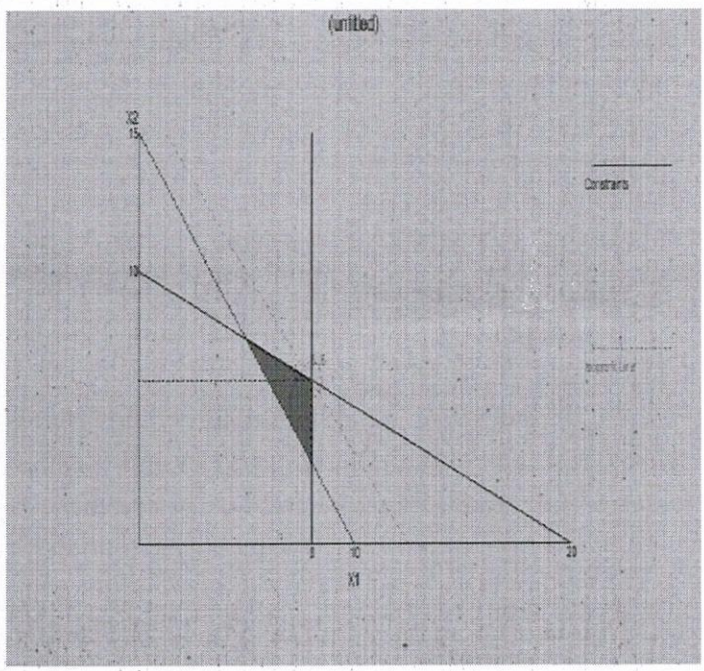
$$\text{SUBJECT TO: } 3X_1 + 2X_2 \geq 30$$

$$X_1 + 2X_2 \leq 20$$

$$X_1 \leq 8$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

الحل

1. نحول المتباينات إلى معادلات	$3X_1 + 2X_2 = 30$ $X_1 + 2X_2 = 20$ $X_1 = 8$
2. نوجد نقاط تقاطع المستقيمات بفرض كل مرة $X_1 = 0$، $X_2 = 0$ للقيد الأول	$3X_1 + 2X_2 = 30$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,15) (10,0)
3. بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ القيد الثاني	$X_1 + 2X_2 = 20$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,10) (20,0)
4. بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ القيد الثالث	$X_1 = 8$ $X_2 = 0$ (8,0)
5. نرسم الرسم البياني ونحدد منطقة الحدود الممكنة	
6. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 1 ، 2جبريا	$3X_1 + 2X_2 = 30$ $X_1 + 2X_2 = 20$ نقطة التقاطع A (5,7.5)
7. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 2 ،3 جبريا	$X_1 + 2X_2 = 20$ $X_1 = 8$ نقطة التقاطع B (8,6)
8. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 1 ،3 جبريا	$3X_1 + 2X_2 = 30$ $X_1 = 8$ نقطة التقاطع C (8,3)

9. اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

	النقطة	$MAX\ Z = 4X_1 + 3\ X_2$	النتيجة
A	5,7.5	4(5) + 3(7.5)	42.5
B	8,6	4(8) + 3(6)	50
C	8,3	4(8) + 3(3)	41

نلاحظ من اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النقطة B تمثل الحل الأمثل

السبب : لأنها أعلى رقم تحقق أعلى ربح

ممكن ونعوض عنها في معادلات القيود لمعرفة الاستغلال الأمثل للموارد المتاحة

السؤال الثاني (35 علامة) : بفرض لدينا جدول التخصيص التالي الذي يبين ايرادات (كميات الانتاج) لتخصيص أربعة عمال للعمل على أربع آلات :

آلات / عمال	W	X	Y	Z
A	2	8	12	6
B	18	14	20	18
C	8	10	22	14
D	16	14	16	10

المطلوب :

أوجد التخصيص الأمثل باستخدام الطريقة الهنغارية و احسب اجمالي الإيرادات ؟

الحل :

آلات / عمال	W	X	Y	Z	
A	20	14	10	16	10
B	4	8	2	4	2
C	14	12	0	8	0
D	6	8	6	12	6

آلات / عمال	W	X	Y	Z
A	10	4	0	6
B	2	6	0	2
C	14	12	0	8
D	0	2	0	6
	0	2	0	2

نحول المصفوفة إلى مصفوفة تكاليف بطرح كل قيم المصفوفة من أعلى قيمة وهي 22

فنحصل مصفوفة Min.

ثم نطرح قيم الأسطر (أصغر قيمة في كل سطر)

ثم نطرح الأعمدة (أصغر قيمة في كل عمود)

آلات / عمال	W	X	Y	Z
A	10	(2)	0	4
~~B~~	~~2~~	~~4~~	~~0~~	~~0~~
C	14	10	0	6
~~D~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~4~~

نختبر مثالية الصفوفة بتغطية كل الأصفار. فنلاحظ أنها غير مثالية لأن عدد الخطوط التي غطت الأصفار $3 \neq 4$ مرتبة

الصفوفة ⇐ نطرح الحد الأدنى القيمة (2)

آلات / عمال	W	X	Y	Z
A	10	0	0	2
B	2	4	2	0
C	12	8	0	4
D	0	0	2	4

فتصبح الصفوفة التالية ⇐

نختبر مثاليتها فنلاحظ عدد الخطوط $4 = 4$ مرتبة

الصفوفة ⇐ مثالية

نقوم بإجراء التخصيص

آلات / عمال	W	X	Y	Z
A	10	(0)	0	2
B	2	4	2	(0)
C	12	8	(0)	4
D	(0)	0	2	4

التالية

$B \rightarrow Z \rightarrow 18$

$C \rightarrow Y \rightarrow 22$

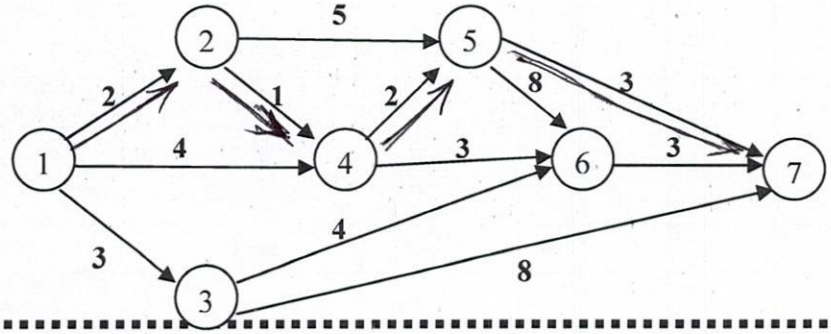
$A \rightarrow X \rightarrow 8$

$D \rightarrow W \rightarrow 16$

مجموع العوائد $= \boxed{64}$

السؤال الثالث(35 علامة):

بفرض لدينا الشبكة التالية :



المطلوب : أوجد المسار الأمثل للشبكة مع ذكر خطوات الحل ؟ و احسب طول المسار ؟

$$u_j = \text{Min}\{u_i + d_{ij}\}$$

الحل: كانو نبدأ المسار الأمثل (المسار الأقصر)

نبدأ بـ $u_1 = 0$ نعلم

$u_2 = \text{Min}\{u_1 + d_{12}\} = 0 + 2 = 2$ إذاً $u_2 = 2$

$u_3 = \text{Min}\{u_1 + d_{13}\} = 0 + 3 = 3$ إذاً $u_3 = 3$

$u_4 = \text{Min}\{u_1 + d_{14}, u_2 + d_{24}\}$

$\text{Min}\{0+4, 2+1\} = 3$ إذاً $u_4 = 3$

$u_5 = \text{Min}\{u_2 + d_{25}, u_4 + d_{45}\} = \{2+5, 3+2\} = 5$

$u_5 = 5$ إذاً

$u_6 = \text{Min}\{u_5 + d_{56}, u_4 + d_{46}, u_3 + d_{36}\}$

$\text{Min}\{5+8, 3+3, 3+4\} = 6$ $u_6 = 6$ إذاً

$u_7 = \text{Min}\{u_5 + d_{57}, u_6 + d_{67}, u_3 + d_{37}\}$

$\text{Min}\{5+3, 6+3, 3+8\} = 8$ $u_7 = 8$ إذاً

المسار الأمثل الأقصر: $1 \xrightarrow{2} 2 \xrightarrow{1} 4 \xrightarrow{2} 5 \xrightarrow{3} 7 = 8$