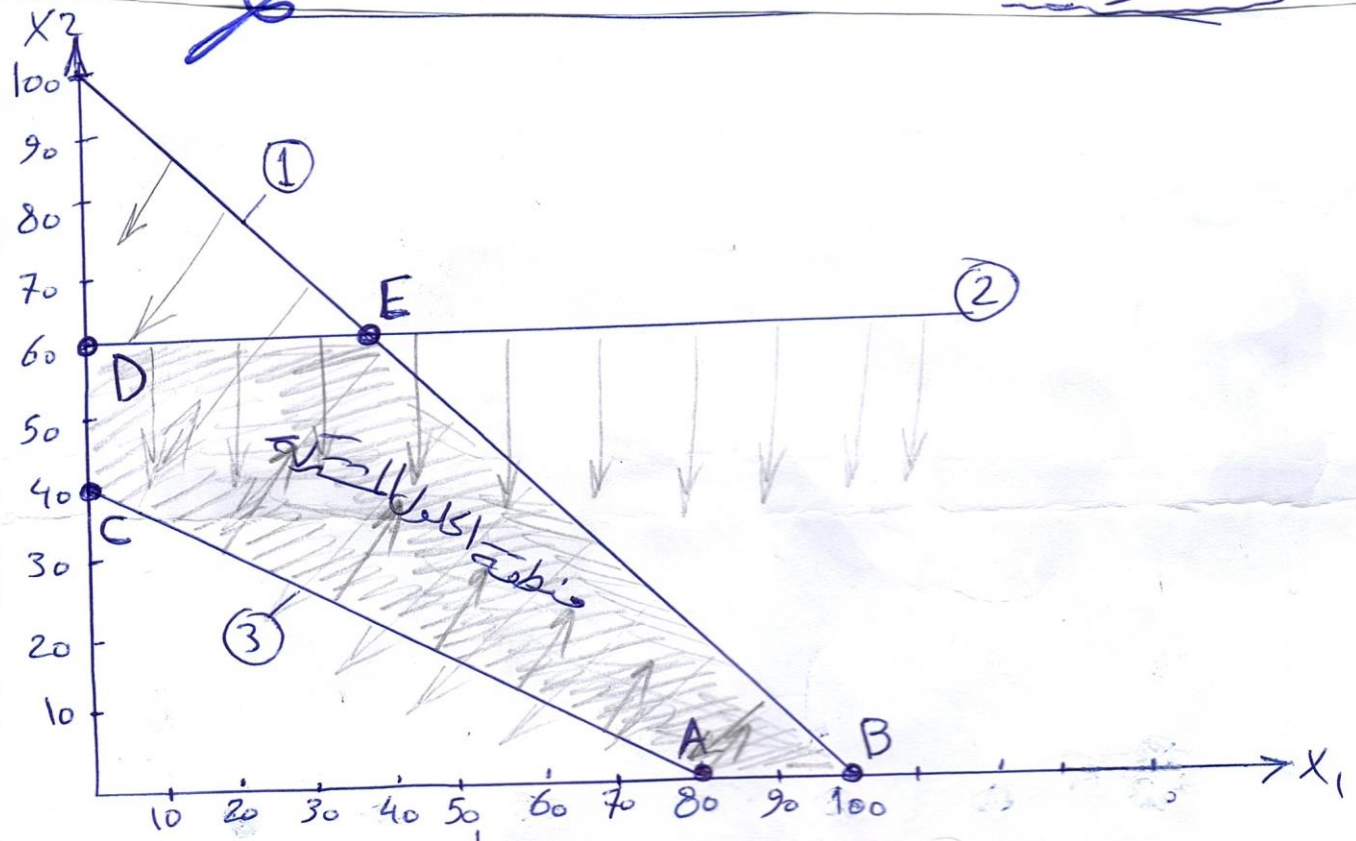
جامعة دمشق كلية الاقتصاد التعليم المفتوح – ادارة المشروعات السنة الثانية	امتحان الفصل الأول للعام الدراسي 2022-2023 مقرر الأساليب الكمية تاريخ الامتحان : 19 /3/2023	سلم التصحيح

السؤال الأول(30 علامة) : أجب عن أحد السؤالين التاليين :

أولاً ـ الحل البياني:



$X_1 + X_2 = 100$ — ①

$X_1 = 0 \Rightarrow X_2 = 100$

$X_2 = 0 \Rightarrow X_1 = 100$

$X_2 = 60$ — ②

$3X_1 + 6X_2 = 240$ — ③

$X_1 = 0 \Rightarrow X_2 = 40$

$X_2 = 0 \Rightarrow X_1 = 80$

النقاط	X_1	X_2	$Max\ Z = 40X_1 + 60X_2$
A	80	0	$Z_A = 3200$
B	100	0	$Z_B = 4000$
C	0	40	$Z_C = 2400$
D	0	60	$Z_D = 3600$
E	40	60	$Z_E = \boxed{5200}$ ← Max

الحل الأمثل عند النقطة E

$X_1 = 40$

$X_2 = 60$

وقيمة التابع $Z = 5200$

ثانيا – تكلم مع الشرح عن صياغة البرنامج الخطي للمسألة المرافقة ؟

$X_1, X_2 >= 0$

3-6- صياغة البرنامج الخطي المسألة المرافقة:

1- صياغة دالة الهدف:

يتم تكوين دالة الهدف للمشكلة المرافقة كما يلي :

أ- إذا كانت المشكلة الأصلية تهدف إلى تعظيم الأرباح فإن المشكلة المرافقة تهدف إلى تخفيض التكاليف ، والعكس إذا كانت المشكلة الأصلية تهدف إلى تخفيض التكاليف فإن المشكلة المرافقة تهدف إلى تعظيم الأرباح .

ب- معاملات دالة الهدف للمشكلة المرافقة هي عبارة عن الطرف الأيسر لمتراجحات القيود في المشكلة الأصلية أي هي الموارد المتاحة.

ج- يتم استخدام رموز جديدة للتعبير عن متغيرات المشكلة المرافقة وهي:

Y_1 , Y_2 , Y_3

فتصبح دالة الهدف على النحو التالي:

$$\text{Minimize} : Z = 100\ Y_1 + 240\ Y_2 + 260\ Y_3$$

تفسر دالة الهدف بصفة عامة بأنها تعبير رياضي لدالة المنفعة والتي تستخدم هامش المساهمة أو التكلفة كتعبير كمي لقياسها، وبناء على ذلك إذا كانت المشكلة الأصلية تعظيم الأرباح فمعنى ذلك أنه يتم تعظيم الأرباح عن طريق تعظيم الكميات المنتجة التي تضرب في هامش مساهمة وحدة المنتج، ومعنى ذلك أن دالة الهدف للمشكلة الأصلية تعتمد على دالة المنفعة (عائد المساهمة) ودالة لإنتاج (كمية الإنتاج) أي أنها دالة منفعة مباشرة. وعندما نتوصل إلى الحل

النموذج الرياضي

الأمثل لمشاكل البرمجة الخطية فمعنى ذلك أننا توصلنا إلى أفضل برنامج إنتاجي يحقق أقصى ربح ممكن، لأن دالة الهدف في حالة الحل الأمثل لا تتضمن المنتجات ذات هامش المساهمة الأقل أو هامش المساهمة الذي لا يغطي تكاليف الإنتاج .

أما بالنسبة لدالة الهدف في المشكلة المرافقة فإنها تعتمد على دالة كمية الموارد المتاحة ، ودالة أسعار الظل عند نقطة الحل الأمثل، أي أن دالة الهدف للمشكلة المرافقة هي عبارة عن حاصل ضرب كمية الحل الأمثل بسعر الظل العائد لها، أي أنها دالة منفعة غير مباشرة ، حيث أنها تعظم الأرباح عن طريق تخفيض تكاليف عناصر المدخلات (الموارد المتاحة) إلى أدنى حد ممكن . وبصفة عامة فإن سعر الظل للموارد المستغلة بالكامل يكون ذو قيمة موجبة، وبالتالي فإنه بضرب سعر الظل لهذه الموارد في كمية الموارد المتاحة يكون الناتج مساوي لقيمة الأرباح المحققة في المشكلة الأصلية . أما الموارد غير المستغلة بالكامل، فإن سعر الظل لها يكون مساوي للصفر وكذلك تكون مساهمتها في الأرباح في المشكلة الأصلية مساوياً للصفر، وبناء على ذلك فإن قيمة دالة الهدف في المشكلة المرافقة لابد أن تكون مساوية لقيمة دالة الهدف في المشكلة الأصلية .

2- صياغة القيود:

تتم صياغة القيود وفق القواعد التالي:

أ- تحل معاملات تابع الهدف في المشكلة الأصلية مكان ثوابت القيود في المشكلة الأصلية.

ب- تتكون القيود في البرنامج الثنائي من عن طريق الحصول على المعاملات المناظرة للقيود في البرنامج الأصلي، أي بجعل أعمدة

القيود في البرنامج الأصلي صفوف معاملات القيود في البرنامج الثنائي.

ج- يعكس اتجاه المتراجحات بحيث إذا احتوى البرنامج الأصلي على قيود من أكبر أو تساوي، فتصبح في المشكلة المرافقة من نوع أصغر من أو يساوي والعكس صحيح.

السؤال الثاني (35 علامة) :

م.توزيع / م.أنتاج	$V_1=-1$ 1	$V_2=0$ 2	$V_3=4$ 3	$V_4=5$ 4	العرض
$u_1=0$ 1	(2) (1)	(1)	40 (4)	(3)	40
$u_2=-4$ 2	(4)	(6)	60 (0)	(2)	60
$u_3=1$ 3	50 (0)	100 (1)	0 (5)	50 (6)	200
الطلب	50	100	100	50	300 / 300

التحقق من شرط التطوير

هو: عدد الخلايا المشغولة

= عدد م.انتاج + عدد م.توزيع - 1

⇐ الخلايا المشغولة = 6 =

$6 = 1-4+3$

الشرط محقق

1- معادلات الخلايا المشغولة:

$C_{ij} = u_i + V_j$

$C_{13} = u_1 + V_3 = 4$

$C_{23} = u_2 + V_3 = 0$

$C_{31} = u_3 + V_1 = 0$

$C_{32} = u_3 + V_2 = 1$

$C_{33} = u_3 + V_3 = 5$

$C_{34} = u_3 + V_4 = 6$

نحسب قيم u_i و V_j ونثبتها على جدول النقل.

$\overline{C_{ij}} = u_i + V_j - C_{ij}$

2- معادلات الخلايا الفارغة:

$\overline{C_{11}} = (0-1)-2 = -3$

$\overline{C_{12}} = (0+0)-1 = -1$

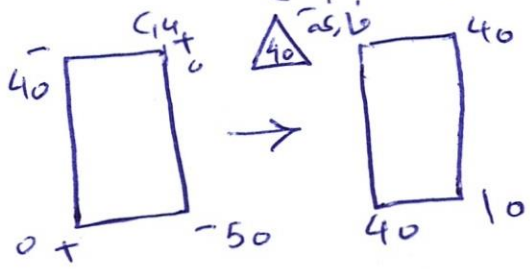
$\overline{C_{14}} = (0+5)-3 = 2$ موجبة

$\overline{C_{21}} = (-4-1)-4 = -9$

$\overline{C_{22}} = (-4+9)-6 = -10$

$\overline{C_{24}} = (-4+5)-2 = -1$

نركم على الخلية C_{14}



شرط التطوير محقق $6 = 6$

2	$V_1=-3$ 1	$V_2=-2$ 2	$V_3=2$ 3	$V_4=3$ 4	العرض
$u_1=0$ 1	(2) (1)	(1)	(4)	40 (3)	40
$u_2=-2$ 2	(4)	(6)	60 (0)	(2)	60
$u_3=3$ 3	50 (0)	100 (1)	40 (5)	10 (6)	200
الطلب	50	100	100	50	

$T.C = 480$

التكلفة المثالية

4/6 حالة ⇐ الحل مثالي

① الخلايا المشغولة:

$C_{14} = u_1 + V_4 = 3$

$C_{23} = u_2 + V_3 = 0$

$C_{31} = u_3 + V_1 = 0$

$C_{32} = u_3 + V_2 = 1$

$C_{33} = u_3 + V_3 = 5$

$C_{34} = u_3 + V_4 = 6$

2- الخلايا الفارغة:

$\overline{C_{11}} = (0-3)-2 = -5$

$\overline{C_{12}} = (0-2)-1 = -3$

$\overline{C_{13}} = (0+2)-4 = -2$

$\overline{C_{21}} = (-2-3)-4 = -9$

$\overline{C_{22}} = (-2-2)-6 = -10$

$\overline{C_{24}} = (-2+3)-2 = -1$

حل السؤال الثالث: تحويل النموذج الرياضي إلى الشكل القياسي

$$\text{Min } Z = 3X_1 + 2X_2 + 0S_1 + 0S_2 + 5A_1 + 5A_2$$

$$2X_1 + X_2 - S_1 + A_1 = 800$$

$$X_1 + 2X_2 - S_2 + A_2 = 200$$

$$X_1, X_2, S_1, S_2, A_1, A_2 \geq 0$$

1	C_i		3	2	0	0	5	5
متغيرات أساسية	تكلفة المتغيرات	قيم المتغيرات	X_1	X_2	S_1	S_2	A_1	A_2
A_1	5	800	2	1	-1	0	1	0
A_2	5	200	1	(2)	0	-1	0	1
	Z_i	5000	15	15	-5	-5	5	5
	$C_i - Z_i$		-12	-13	5	5	0	0

السطر المفتاح ←

العمود المفتاح ↑

2	C_i		3	2	0	0	5	5
متغيرات أساسية	تكلفة المتغيرات	قيم المتغيرات	X_1	X_2	S_1	S_2	A_1	A_2
A_1	5	700	1,5	0	-1	0,5	1	-0,5
X_2	2	100	(0,5)	1	0	-0,5	0	0,5
	Z_i	3700	8,5	2	-5	1,5	5	-1,5
	$C_i - Z_i$		-5,5	0	5	-1,5	0	6,5

4666

السطر المفتاح ← 200

العمود المفتاح ↑

3	Ci		3	2	0	0	5	5
م. الأساسية	تكلفة المتغيرات	قيم المتغيرات	X_1	X_2	S_1	S_2	A_1	A_2
A_1	5	400	0	-3	-1	2	1	-2
X_1	3	200	1	2	0	-1	0	1
	Zi	2600	3	-9	-5	7	5	-7
	Ci-Zi		0	11	5	-7	0	12

4	Ci		3	2	0	0	5	5
م. الأساسية	ت. المتغيرات	قيم المتغيرات	X_1	X_2	S_1	S_2	A_1	A_2
S_2	0	200	0	$-\frac{3}{2}$	-0,5	1	0,5	-1
X_1	3	400	1	0,5	-0,5	0	0,5	0
	Zi	1200	3	1,5	-1,5	0	1,5	0
	Ci-Zi		0	0,5	1,5	0	3,5	5

باعتبار أن صف $Ci-Zi$ كل القيم فيه موجبة أو تساوي الصفر فالحل مثالي وهو:

$Z = 1200$

$X_1 = 400$

$S_2 = 200$

أما باقي المتغيرات

$X_2 = 0$

$S_1 = 0$

د. زكون خريط