**إجابة السؤال الرابع: (30 درجة)**

بفرض لدينا بلازما غير ممغنطة وأننا نبحث عن الأمواج الطولية المنتشرة على طول المحور $x$. تعطى المرتبة صفر بـ:

$$\left.\begin{aligned} &n_e = n_i = n_o \\ &v_e = v_i = 0 \\ &E = 0 \\ &B = 0 \end{aligned}\right\} \quad 1$$

وأن $P_e$ و $P_i$ ثابتتين، دعنا نأخذ من أجل المرتبة الأولى:

$$\left.\begin{aligned} &n_e = n_o + n_{e1} \qquad n_i = n_o + n_{i1} \\ &v_e = 0 + v_{e1} \qquad v_i = 0 + v_{i1} \\ &E = E_1 \end{aligned}\right\} \quad 1$$

حيث يشير الرمز 1 إلى أن الكمية صغيرة. يمكن جعل العبارات اللاخطية خطية كالآتي:

$$\left.\begin{aligned} &n_e v_e = (n_o + n_1)\, v_1 \approx n_o v_1 \\ &v_e \frac{\partial v_e}{\partial x} = v_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} \approx 0 \end{aligned}\right\} \quad 2$$

وتدرجات الضغط:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial P_e}{\partial x} = \gamma_e k_B T_e \frac{\partial n_e}{\partial x} = \gamma_e k_B T_e \frac{\partial n_{e1}}{\partial x} \\ &\frac{\partial P_i}{\partial x} = \gamma_i k_B T_i \frac{\partial n_i}{\partial x} = \gamma_i k_B T_i \frac{\partial n_{i1}}{\partial x} \end{aligned}\right\} \quad 2$$

باستخدام معادلتي الاستمرارية والحركة:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial n_s}{\partial t} + \nabla.(n_s \vec{\mathbf{v}}_s) = 0 \\ &\frac{\partial \vec{\mathbf{v}}_s}{\partial t} + \vec{\mathbf{v}}_s.\nabla \mathbf{v}_s = \frac{q_s}{m_s}\left[\vec{\mathbf{E}} + \vec{\mathbf{v}}_s \times \vec{\mathbf{B}}\right] - \frac{1}{m_s n_s}\nabla P_s \end{aligned}\right\} \quad 2$$

باستخدام النقاط للإشارة إلى الإشتقاق بالنسبة للزمن والفتحة للإشارة إلى الاشتقاق بالنسبة لـ $\omega, r, x$ وبالتالي تعطى المعادلات الخطية بـ: 4

$$\dot{n}_{e1} + n_o v'_{e1} = 0 \qquad \dot{n}_{i1} + n_o v'_{i1} = 0$$

$$\dot{v}_{e1} = -\frac{e}{m_e}E_1 - \gamma_e v_{te}^2 \frac{n'_{e1}}{n_o} \qquad \dot{v}_{i1} = \frac{e}{m_i}E_1 - \gamma_i v_{ti}^2 \frac{n'_{i1}}{n_o}$$

**في حالة التعادل** (Neutrality): $n_{e1} = n_{i1}$ 1

**بإهمال عطالة الإلكترون:** $\dot{v}_{e1} = 0$

**تحليل فورييه:** 1

بفرض أن كل المعادلات $\propto e^{i(kx-\omega t)}$

$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow -i\omega$

$\frac{\partial}{\partial x} \rightarrow i k$

**إجابة السؤال الثالث: (25 درجة)**

يعطى كمون الشحنة الاختبارية بالعلاقة:

$$\phi(r) = \frac{q_{\mathrm{T}}}{4\pi\varepsilon_{\mathrm{o}} r} e^{-r/\lambda_{De}}$$

ولدينا:

$$n_e = n_{eo}\exp(e\phi / k_B T_e)$$

2

ولكن: $\frac{e\phi}{k_B T_e} << 1$ ، وبالتالي: 1

$$n_e \approx n_{\mathrm{o}}(1 + \frac{e\phi}{k_B T_e})$$

2

تعطى كثافة الشحنة بالعلاقة: 2

$$\rho = e(n_{\mathrm{o}} - n_e) = en_{\mathrm{o}}(1 - 1 - \tfrac{e\phi}{k_B T_e}) = -\frac{e^2 n_{\mathrm{o}}}{k_B T_e}\phi$$

بتعويض قيمة كمون الشحنة الاختبارية نجد

$$\rho = -\frac{e^2 n_{\mathrm{o}}}{k_B T_e}\frac{q_{\mathrm{T}}}{4\pi\varepsilon_{\mathrm{o}} r} e^{-r/\lambda_{De}}$$

$$= -\frac{1}{4\pi\, r}\frac{q_{\mathrm{T}}}{\lambda_{De}^2} e^{-r/\lambda_{De}}$$

3

تعطى الشحنة المحصلة في غيمة الحجب للإلكترونات بالعلاقة:

$$\text{charge (electrons)} = \int_V \rho\, dV$$

$$= \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{\infty} \rho(r) r^2 \sin\theta\, dr\, d\theta\, d\phi$$

3

لكن: $\int_0^{2\pi} d\phi = 2\pi$ و: $\int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta = 2$ 2

وبالتالي:

$$\text{charge (electrons)} = 4\pi \int_0^{\infty} r^2 \rho(r) dr$$

2

بتعويض قيمة $\rho$ نجد:

$$\text{charge} = -4\pi\int_0^{\infty} r^2 \frac{1}{4\pi\, r}\frac{q_{\mathrm{T}}}{\lambda_{De}^2} e^{-r/\lambda_{De}} dr$$

$$= -\frac{q_{\mathrm{T}}}{\lambda_{De}}\int_0^{\infty}\frac{r}{\lambda_{De}} e^{-r/\lambda_{De}} dr$$

3

بفرض أن: $s = r/\lambda_{De} \Leftarrow dr = \lambda_{De} ds \Leftarrow$

$$\text{charge} = -\frac{q_{\mathrm{T}}}{\lambda_{De}}\int_0^{\infty} s\, e^{-s}\lambda_{De} ds$$

$$= -\, q_{\mathrm{T}}\int_0^{\infty} s\, e^{-s} ds = -\, q_{\mathrm{T}}$$

3

على اعتبار أن $\int_0^{\infty} s\, e^{-s} ds = 1$ وهي بالضبط توازن الشحنة الاختبارية $q_{\mathrm{T}}$ الواقعة في المبدأ. 2

**********************************************

**إجابة السؤال الثاني: (20 درجة)**

يعطى العزم المغنطيسي بالعلاقة: $\mu = \dfrac{W_\perp}{B}$ ③

حتى يكون $\mu$ ثابت على طول مسار الجسيمة يجب أن نثبت: $\dfrac{d\mu}{dt} = 0$

$$\frac{d\mu}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{W_\perp}{B}\right) = \frac{1}{B}\frac{dW_\perp}{dt} - \frac{W_\perp}{B^2}\frac{dB}{dt} \qquad (*)$$ ③

لنوجد أولاً:

$$\frac{dW_\perp}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\tfrac{1}{2}mv_\perp^2\right) = \frac{1}{2}m(2v_\perp\frac{dv_\perp}{dt})$$ ②

باستخدام $v_\theta = -v_\perp$ نجد:

$$\frac{dW_\perp}{dt} = mv_\theta\frac{dv_\theta}{dt} = v_\theta F_\theta$$ ③

ولكن لدينا: $F_\theta = qv_zB_r$ و $B_r = -(r_L/2)\partial B_z/\partial z$ و $r_L = \dfrac{v_\perp}{\Omega}$، بالتعويض نجد:

$$\frac{dW_\perp}{dt} = qv_\theta v_zB_r = qv_\theta v_z\left(-\frac{r_L}{2}\frac{\partial B_z}{\partial z}\right)$$

$$= qv_z(-v_\perp)\left(-\frac{v_\perp}{2\Omega}\frac{\partial B_z}{\partial z}\right) = qv_z\frac{v_\perp^2}{\frac{2qB}{m}}\frac{\partial B_z}{\partial z}$$

$$= v_z(\frac{1}{2}mv_\perp^2)\frac{1}{B}\frac{\partial B_z}{\partial z} = v_z\frac{W_\perp}{B}\frac{\partial B_z}{\partial z} = v_z\ \mu\frac{\partial B_z}{\partial z}$$ ④

يمكن أن نكتب:

$$\frac{dB}{dt} = \left(\frac{\partial B}{\partial z}\right)\left(\frac{dz}{dt}\right) = v_z\frac{\partial B}{\partial z}$$ ③

نعوض في العلاقة (*) فنجد:

$$\frac{d\mu}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{W_\perp}{B}\right) = \frac{1}{B}v_z\ \mu\frac{\partial B_z}{\partial z} - \frac{W_\perp}{B^2}v_z\frac{\partial B}{\partial z}$$

$$= \frac{1}{B}v_z\ \mu\frac{\partial B_z}{\partial z} - \frac{1}{B}\mu v_z\frac{\partial B_z}{\partial z} = 0$$ ②

**********************************************

**سلم تصحيح مقررفيزياء البلازما**
**السنة الرابعة فيزياء**
**الفصل الثاني، العام الدراسي /2023 - 2024/**
**مدرس المقرر: د. يوسف أبوعلي**
**2024/07/18**

**إجابة السؤال الأول: (25 درجة)**

6 **تعريف البلازما:** غاز شبه معتدل من الجسيمات المشحونة (وربما بعض الجسيمات الحيادية) والتي تبدي سلوك جماعي.

**شرح المعايير:**

6 **$\lambda_D << L$** : إذا طبقنا حقل كهربائي (كمون على البلازما، أو تم إضافة) تحريك شحنة، مثل هذا الفعل يولد حقل كهربائي، فإن البلازما تحاول حجب هذا الحقل (أي التقليل من أثره عليها). الميزة الأساسية لسلوك البلازما هو قدرتها على حجب هذا الحقل الناتج.

$$\lambda_{De} = \left(\frac{\varepsilon_o k_B T_e}{n_e e^2}\right)^{1/2}$$

حيث $\lambda_{De}$ طول ديباي وهو يقيس مسافة التحجيب او سماكة القشرة.

إذا كانت أبعاد النظام $L > \lambda_{De}$ و بالتالي بتطبيق كمونات فسوف تقوم البلازما بحجبها في مسافة تساوي تقريباً الى طول ديباي، أغلب البلازما ستكون شبه معتدلة بمعنى أن $n_i = n_e$، أما إذا كان $L < \lambda_D$ فلا يوجد مسافة كافية لكي يحدث الحجب. فلكي يدعى أي غاز مؤين بلازما يجب أن يتحقق شرط شبه التعادل الكهربائي:

$$\lambda_D << L$$

5 **$N_D >>> 1$** : من الواضح، أنه من الضروري أن يكون هناك عدد كاف من الجسيمات ضمن طول ديباي لحدوث الحجب. أذا كان $n_o$ إلكترون يشغل $1\ m^3$ ومن ثم فإن كل إلكترون يشغل حجم $\frac{1}{n_o}$، تخيل هذا ليكون مكعب جانبه له الطول $n_o^{-1/3}$ لكي يحدث الحجب، يتطلب ذلك:

$$n_o^{-1/3} << \lambda_{De}$$

$$n_o \lambda_{De}^3 >>>> 1$$

لنتخيل كرة نصف قطرها $\lambda_{De}$ و تحتوي $N_D$ إلكترون/أيون حيث:

$$N_D = \frac{4\pi}{3} n_o \lambda_{De}^2 >>>> 1$$

يتطلب السلوك الجماعي: $N_D >>> 1$

5 **$\omega\tau_c > 1$** : إذا كانت البلازما مؤينة بشكل ضعيف فقط وتحتويعلى نسبة هامة من الذرات/الجزيئات. ومن ثم فإنه من الممكن أن تكون التصادمات مع هذه الذرات / الجزيئات متكررة جداً وبالتالي فالتصادمات سوف تسيطرعلى حركية الغاز بدلاً من القوى الكهرومغناطيسية. إذا كان $\tau_c$ الزمن بين تصادمات الجسيمات المشحونة بالذرات الحيادية، لكي تظهر الظواهر الكهرومغناطيسية و ظواهر البلازما يجب أن يحدثوا في مقياس زمني أصغر من $\tau_c$. بفرض أن عملية كهذه مميزة بالزمن $\tau$ أو بواسطة التردد $\omega = 2\pi/\tau$ ، فإنه يتطلب من أي نظام ليقوم بفعل البلازما أن يتحقق:

$$\omega\tau_c > 1$$

3 **(a)** بحاجة إلى الوصف الحركي (النظرية الحركية)

**(b)** بحاجة إلى نموذج المائعين (2-fluids equation)

**********************************************

$$-i\omega\, n_{e1} + ik\, n_o \nu_{e1} = 0 \qquad -i\omega\, n_{i1} + ik\, n_o \nu_{i1} = 0$$ 2

بما أن: $\nu_{e1} = \nu_{i1} \quad \Leftarrow \quad n_{e1} = n_{i1}$ 1

$$-i\omega\nu_{e1} = -\frac{e}{m_e}E_1 - ik\gamma_e \nu_{te}^2 \frac{n_{e1}}{n_o}$$

$$-i\omega\nu_{i1} = -\frac{e}{m_e}E_1 - ik\gamma_i \nu_{ti}^2 \frac{n_{i1}}{n_o}$$ 2

بحذف $\nu_{i1}$ ( $\nu_{i1} = \nu_{e1}$ ) و من ثم حذف $\nu_{e1} = \omega\, n_{e1}/kn_o \Leftarrow$

$$0 = -\frac{e}{m_e}E_1 - ik\gamma_e \nu_{te}^2 \frac{n_{e1}}{n_o}$$

$$-i\omega\frac{\omega n_{e1}}{kn_o} = -\frac{e}{m_i}E_1 - ik\gamma_i \nu_{ti}^2 \frac{n_{e1}}{n_o}$$ 3

بحذف $E_1$:

$$-i\frac{\omega^2}{kn_o}n_{e1} = -\frac{e}{m_i}[-\frac{m_e}{e}][-ik\gamma_e \nu_{te}^2 \frac{n_{e1}}{n_o}] - ik\gamma_i \nu_{ti}^2 \frac{n_{e1}}{n_o}$$

$$\omega^2 = k^2 \frac{m_e}{m_i}\gamma_e \nu_{te}^2 + k^2 \gamma_i \nu_{ti}^2$$

$$= k^2[\gamma_e \frac{k_B T_e}{m_i} + \gamma_i \frac{k_B T_i}{m_i}]$$

$$= k^2 c^2$$ 5

حيث: $c_s^2 = \dfrac{k_B T_e + 3k_B T_i}{m_i}$ 2

حيث و ضعنا: $\gamma_e = 1$ إلكترونات متساوية الحرارة.

$\gamma_e = 1$ آيونات كظومة (adiabatic). 2

*****************************************************

| عدد الطلاب | الناجحين | الراسبين | النسبة |
| --- | --- | --- | --- |
| 71 | 38 | 33 | |
| 35 | 30 | 5 | |
| 21 | 15 | 6 | |
| 127 | 83 | 44 | %65.35 |
| الضيوف 3 | 2 | 1 | |
| 130 | 85 | 45 | %66.67 |

النسبة مع الضيوف %65.85