جامعة دمشق

سلم تصحيح مقرر بحوث العمليات (1)

سنة ثالثة الإحصاء الرياضي

4/2/2025

السؤال الأول: (25)

1- نكتب القيود الرياضي بالصيغة المتناظرة

بما أن تابع الهدف من نوع Min يجب أن تكون القيود من نوع ($\geq$)

- العقد الأول نضرب الطرفين بـ (-1) نحصل على

$$-x_1 - x_2 - x_3 \geq -7 \quad (1)$$

- العقد الثالث يكتب

$$3x_1 + 2x_2 \geq 10 \quad (*)$$
$$3x_1 + 2x_2 \leq 10 \quad (**) \quad (2)$$

نضرب العقد (**) بـ (-1) نحصل على

$$-3x_1 - 2x_2 \geq -10 \quad (1)$$

الصيغة المتناظرة

$$\text{Min } L = x_1 - 2x_2 + 3x_3 \quad (2)$$

y_1	$-x_1 - x_2 - x_3 \geq -7$	(2)
y_2	$2x_1 + x_2 + 4x_3 \geq 32$	(2)
y_3^+	$3x_1 + 2x_2 \geq 10$	(2)
y_3^-	$-3x_1 - 2x_2 \geq -10$	(2)
	$x_1, x_2, x_3 \geq 0$	(2)

حيث

$$y_3 = y_3^+ - y_3^- \quad ; \quad y_3^+, y_3^- \geq 0$$

النموذج المرافق

$$MaxZ = -7y_1 + 32y_2 + 10y_3^+ - 10y_3^- \quad (2)$$

$$-y_1 + 2y_2 + 3y_3^+ - 3y_3^- \le 1 \quad (2)$$

$$-y_1 + y_2 + 2y_3^+ - 2y_3^- \le -2 \quad (2)$$

$$-y_1 + 4y_2 \le 3 \quad (2)$$

$$y_1, y_2, y_3^+, y_3^- \ge 0 \quad (1)$$

السؤال الثاني، (25)

1- نكتب النموذج الرياضي بالصيغة القياسية

$$MaxZ = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 0y_1 + 0y_2 + 0y_3$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 + y_1 = 430$$
$$3x_1 + 2x_3 + y_2 = 460 \quad (5)$$
$$x_1 + 4x_2 + y_3 = 420$$
$$x_1, x_2, x_3 \ge 0$$

نلاحظ أن المتحولات الإضافية تشكل قاعدة أولية يحصل منها على حل أولي (3)

$$x_1 = x_2 = x_3 = 0$$
$$y_1 = 430 \quad y_2 = 460 \quad y_3 = 420 \quad Z = 0$$

الحصول على الحل الأمثل حيث يمكن مباشرة
ننظم الجدول التالي (سنحل بأي طريقة أخرى)

جامعة دمشق

المتحولات / القاعدة	x_1	x_2	x_3	y_1	y_2	y_3	b_i
y_1	1	2	1	1	0	0	430
y_2	3	0	2	0	1	0	460
y_3	1	4	0	0	0	1	420
Z	3	2	5	0	0	0	$Z-0$

أكبر عنصر موجب في سطر تابع الهدف هو 5 مقابل المتحول x_3

يكون عمود الارتكاز العمود الثالث (عمود المتحول x_3)

نحدد سطر الارتكاز من خلال المؤشر

(5) $\theta = \min\left[\frac{430}{1}, \frac{460}{2}\right] = \frac{460}{2}$

أي أن سطر الارتكاز هو السطر الثاني سطر المتحول القاعدي y_2

هذا يعني أن المتحول x_3 سيدخل إلى القاعدة بدل المتحول y_2

نجري العمليات اللازمة نحصل على الجدول التالي

المتحولات / القاعدة	x_1	x_2	x_3	y_1	y_2	y_3	b_i
y_1	$-\frac{1}{2}$	2	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	200
x_3	$\frac{3}{2}$	0	1	0	$\frac{1}{2}$	0	230
y_3	1	4	0	0	0	1	420
Z	$-\frac{9}{2}$	2	0	0	$-\frac{5}{2}$	0	$Z-1150$

بمعاينة سطر نابع الهدف نلاحظ أنه يوجد مخيفة صوجبة (2)
في العمود الثاني مقابلة المحول x_2 فيكون محور الارتكاز
يحدد سطر الارتكاز من خلال المؤشر θ

$$\theta = \text{Min}\left[\frac{200}{2}, \frac{420}{4}\right] = \frac{200}{2}$$

مقابلة المحول القاعدي y_1 أي أن سطر الارتكاز
هو السطر الأول

نجري الحسابات اللازمة لدخول المحول x_2 الى القاعدة
بدل المحول y_1 نحصل على الجدول التالي

(5)

المتحولات / القاعدة	x_1	x_2	x_3	y_1	y_2	y_3	b_i
x_2	$-\frac{1}{4}$	1	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	100
x_3	$\frac{3}{2}$	0	1	0	$\frac{1}{2}$	0	230
y_3	2	0	0	$-\frac{4}{2}$	1	$\frac{1}{4}$	20
Z	$-\frac{16}{4}$	0	0	-1	$-\frac{8}{4}$	0	$Z-1350$

بمعاينة سطر نابع الهدف نجد أنه لا يوجد أي مخيفة صوجبة
أي أننا توصلنا للحل الأمثل وهو

(7)

$x_1 = 0 \quad x_2 = 100 \quad x_3 = 230 \quad y_1 = y_2 = 0 \quad y_3 = 20$

هذا الحل يحقق جميع القيود

$Z = 1350$

25 ... الثالث ...

المستهلك / المنتج	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i الكميات المتوفرة
A_1	2	3	7	11	150
A_2	0	12	5	6	125
A_3	14	1	3	9	75
A_4	10	2	5	8	50
الكميات المطلوبة b_j	100	20	80	200	400 / 400

$$\sum_{i=1}^{4} a_i = 400 \qquad \sum_{j=1}^{4} b_j = 400$$

$$\sum_{i=1}^{4} a_i = \sum_{j=1}^{4} b_j$$

مسألة النقل متوازنة

(5) أقل تكلفة تقل موجودة في الخجرة الواقعة بتقاطع السطر الثاني والعمود الأول $C_{21}=0$ نشبع هذه الخجرة بأخذ

$$Min[a_1, b_2] = Min[100, 125] = 100$$

نتابع بنفس الطريقة نأخذ التكلفة الأقل نحصل على الجدول التالي

(10)

المستهلك / المنتج	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i الكميات المتوفرة
A_1	2	3	7	11 150	150
A_2	0 100	12	5 25	6	125 25
A_3	14	1 20	3 55	9	75
A_4	10	2	5	8 50	50
الكميات المطلوبة b_j	100	20	80 55	200 150	400 / 400

$x_{11} = x_{12} = x_{13} = 0$ $\quad x_{14} = 150$

$x_{22} = x_{24} = 0$ $\quad x_{21} = 100$ $\quad x_{23} = 25$

$x_{31} = x_{34} = 0$ $\quad x_{32} = 20$ $\quad x_{33} = 55$

$x_{41} = x_{42} = x_{43} = 0$ $\quad x_{44} = 50$

شرط أول القاعدي أن يتضمن
مجهولة على الأكثر $m+n-1$ مركبة غير

$m+n-1 = 4+4-1 = 7$ عدد المركبات غير المعدومة

(10) شرط محقق 6

$$L = C_{11}x_{11} + C_{12}x_{12} + C_{13}x_{13} + C_{14}x_{14} + C_{21}x_{21} + C_{22}x_{22} + C_{23}x_{23}$$
$$+ C_{24}x_{24} + C_{31}x_{31} + C_{32}x_{32} + C_{33}x_{33} + C_{34}x_{34} + C_{41}x_{41}$$
$$+ C_{42}x_{42} + C_{43}x_{43} + C_{44}x_{44}$$

$$L = 2X0 + 3X0 + 7X0 + 11X150 + 0X100 + 12X0 + 5X25$$
$$+ 6X0 + 14X0 + 1X20 + 3X55 + 9X0 + 10X0 + 2X0 +$$
$$5X0 + 8X50 = 2360$$

السؤال الرابع (25)

1- نقوم بحساب القيمة المتوقعة لكل بديل من العلاقة

$$E(a_i) = \sum_{j=1}^{n} p_j m_{ij}$$

ويكون البديل المناسب هو الذي يحقق العلاقة

$$\max_i \{E(a_i)\} = E_{ik}$$

فيكون a_{ik} هو القرار المناسب (8)

$$E(a_1) = 0.15 \times 200 + 0.35 \times 100 + 0.50 \times 3,00 = 215$$

$$E(a_2) = 237.5$$

$$E(a_3) = 195 \Rightarrow E_{ik} = 237.5$$

$$E(a_4) = 185$$

(9)

البديل المناسب هو a_2

2- (9) نحسب أكبر قيمة للربح مقابل كل بديل وفي كل حالة ثم نبحث عن أكبر هذه القيم (المتفائل)

$$Y = \max_i [\max_j m_{ij}]$$

(5)

	Y_i
a_1	300
a_2	500
a_3	400
a_4	250

(5)

$Y = 500$

$\Rightarrow a_2$ مقابل البديل

قاعدة ساغاج

حساب مقادير الأسف عن العلاقة

$$S = \{ \max_i x_{ij} \} - x_{ij}$$

ثم نختار أصغر عنصر في كل عمود

	θ'_1	θ'_2	θ'_3	$\max_j x'_{ij}$
a_1	200	100	200	200
a_2	250	300	0	300
a_3	0	0	370	370
a_4	150	50	310	310

(6)

$$\min_i \{ \max_j x'_{ij} \} = 200$$

البديل المناسب a_1

C - قاعدة هورويز

	$y_i = \max_j x_{ij}$	$z_i = \min_j x_{ij}$
a_1	300	100
a_2	500	-100
a_3	400	130
a_4	250	150

(6)

$$H_i = \alpha y_i + (1-\alpha) z_i$$

$$H = \max_i \{ \alpha y_i + (1-\alpha) z_i \}$$

$H_1 = 0.4 \times 300 + 0.6 \times 100 = 180$

$H_2 = 140$

$H_3 = 238 \quad \Rightarrow H = 238$

$H_4 = 190$

البديل المناسب a_3

انتهى السلام
2025/2/4

صدر المقرر
د. ميم أحمد جدير