



يُسمح باستخدام الآلة الحاسبة

أجب عن الأسئلة الآتية مع الرسم الدقيق والواضح (عند الضرورة) على ورقة الإجابة (g = 9.80 m/s²) (QI=35, QII=35, QIII=30)

(35 pts) Dimensional analysis and Kinematics - 1Q

(12 علامة)

$$[F_G] = [G][m_s]^\alpha [m_p]^\beta [d]^\gamma \Rightarrow MLT^{-2} = MLT^{-2} L^2 M^{-2} M^\alpha M^\beta L^\gamma = M^{2\alpha-1} L^{\beta+3} T^{-2}$$

وبمطابقة الطرفين ينتج أن

$$2\alpha - 1 = 1 \text{ \& } \beta + 3 = 1 \Rightarrow \alpha = 1 \text{ \& } \beta = -2$$

(10 علامات)

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} \Rightarrow \int_{v_0}^v dv = \int_0^t a(t) dt = \int_0^t (e^t + 4) dt \Rightarrow v(t) - v_0 = e^t + 4t$$

ومن شروط البدء

$$v(t=0) - v_0 = e^0 + 4(0) \Rightarrow 2 - v_0 = 1 \Rightarrow v_0 = 1 \text{ ms}^{-1} \Rightarrow v(t) = e^t + 4t + 1$$

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} \Rightarrow \int_{x_0}^x dx(t) = \int_0^t v(t) dt = \int_0^t (e^t + 4t + 1) dt \Rightarrow x(t) - x_0 = e^t + 2t^2 + t$$

ومن شروط البدء

$$x(t=0) - x_0 = e^0 + 2(0)^2 + 0 \Rightarrow 1 - x_0 = 1 \Rightarrow x_0 = 0 \text{ ms}^{-1} \Rightarrow x(t) = e^t + 2t^2 + t$$

(13 علامة)

i- (4 علامات) المعادلة الديناميكية للمسار هي

$$x + y = \beta$$

$$\dot{x}(t) = -2\omega\beta \cos(\omega t) \sin(\omega t) = -\omega\beta \sin(2\omega t) \quad \dot{y}(t) = 2\omega\beta \cos(\omega t) \sin(\omega t) = \omega\beta \sin(2\omega t) \Rightarrow v = \sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2} = \omega\beta\sqrt{2} \sin(2\omega t)$$

ii- (3 علامات)

$$v = \frac{ds(t)}{dt} \Rightarrow \int_{s_0}^s ds(t) = \int_0^t v dt \Rightarrow s(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} \beta [1 - \cos(2\omega t)]$$

iii- (6 علامات)

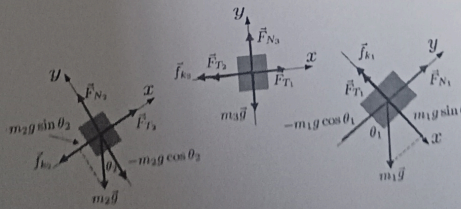
$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = 2\omega^2\beta\sqrt{2} \cos(2\omega t)$$

$$\ddot{x}(t) = -2\omega^2\beta \cos(2\omega t) \quad \ddot{y}(t) = 2\omega^2\beta \cos(2\omega t) \Rightarrow a = \sqrt{\ddot{x}(t)^2 + \ddot{y}(t)^2} = 2\omega^2\beta$$

$$a^2 = a_\tau^2 + a_n^2 \Rightarrow a_n = 0 \Rightarrow \rho = \frac{v^2}{a_n} = \infty$$

(35 pts) Dynamics: Newton's law

6 علامات للرسم + 22 علامة لاستنتاج عبارة التسارع



$$= \frac{2\pi I_0}{2C} \left(\frac{1}{2} (p-a) \right) \cos \theta$$

ميكانيكا يانبا

بتطبيق قانون نيوتن على كل كتلة [2] $\vec{F}_{net} = m\vec{a}$

$$\vec{f}_{k2} + m_2\vec{g} + \vec{F}_{N2} + \vec{F}_{T2} = m_2\vec{a}_2 \quad [2] \Rightarrow \begin{cases} \text{proj. on } ox: & -f_{k2} - m_2g \sin \theta_2 + F_{T2} = m_2a_2 \\ \text{proj. on } oy: & -m_2g \cos \theta_2 + F_{N2} = 0 \end{cases} \quad [1] \quad (1)$$

$$\Rightarrow -\mu_k m_2 g \cos \theta_2 - m_2 g \sin \theta_2 + F_{T2} = m_2 a_2 \quad [2] \quad (2)$$

$$\vec{F}_{T2} + \vec{f}_{k3} + \vec{F}_{N3} + m_3\vec{g} + \vec{F}_{T1} = m_3\vec{a}_3 \quad [2] \quad (3)$$

$$\Rightarrow -F_{T2} - \mu_k m_3 g + F_{T3} = m_3 a_3 \quad [2]$$

$$\vec{f}_{k1} + m_1\vec{g} + \vec{F}_{N1} + \vec{F}_{T1} = m_1\vec{a}_1 \quad [2] \Rightarrow \begin{cases} \text{proj. on } ox: & -f_{k1} + m_1g \sin \theta_1 - F_{T1} = m_1a_1 \\ \text{proj. on } oy: & -m_1g \cos \theta_1 + F_{N1} = 0 \end{cases} \quad [1] \quad (3)$$

$$\Rightarrow -\mu_k m_1 g \cos \theta_1 + m_1 g \sin \theta_1 - F_{T1} = m_1 a_1 \quad [2]$$

$$a_1 = a_2 = a_3 = a \Rightarrow a = \frac{g}{m_1 + m_2 + m_3} [m_1(\sin \theta_1 - \mu_k \cos \theta_1) - m_2(\mu_k \cos \theta_2 + \sin \theta_2) - \mu_k m_3] \quad [2]$$

2- علامات 7

$$a = \frac{gM}{4M} [2(\sin 60 - 0.2 \cos 60) - (0.2 \cos 30 + \sin 30) - 0.2] = 2.5 \text{ ms}^{-2} \quad [2]$$

باعتبار التسارع الكلي ثابت فإن حركة الجملة هي حركة انحدارية بتسارع ثابت وبدأت الجملة حركتها من السكون أي $v_0 = 0$ وبالتالي قيمة السرعة العددية بعد مرور زمن $t = 2 \text{ s}$ تحسب من العلاقة [2] $v(t) = v_0 + at \Rightarrow v(t=2) = 5 \text{ ms}^{-1}$ هي $v_0 = 5 \text{ ms}^{-1}$ وبحساب قيمة تسارع الجملة بعد قطع الحبل من عبارة التسارع في الطلب الأول ينتج أن $a = -1.15 \text{ ms}^{-2}$ [1] وبالتالي حركة الجملة متباطئة وحتى تقف $v_f = 0$ بالزمن t_s اللازم لتوقف الجملة من لحظة قطع الحبل

$$v_f = v_i + at_s \Rightarrow 0 = 5 - 1.15t_s \Rightarrow t_s = 4.347 \text{ s} \quad [2]$$

(30 = 14+16 pts) Conservation laws

1- بتطبيق مبرهنة انحفاظ الطاقة الميكانيكية بين الموضع البدائي (الناض مضغوط) والموضع النهائي عند مغادرته المسار الجليدي

$$E_i = E_f \Rightarrow K_i + U_{G_i} + U_{s_i} = K_f + U_{G_f} + U_{s_f}$$

$$0 + Mgh - \frac{1}{2}kL^2 = \frac{1}{2}Mv_2 + MgD + 0 \Rightarrow v = \sqrt{2g(h-D) + \frac{k}{M}L^2} \quad [2]$$

2- يخضع القاذر لقوة ثقله فقط في مكان محدود الأبعاد بالقرب من سطح الأرض بإهمال مقاومة الهواء وبالتالي حركته هي حركة قذف مائل حيث أن شعاع السرعة الابتدائية $\vec{v} = v_0 \hat{e}_x + v_{0y} \hat{e}_y = (v \cos \theta) \hat{e}_x + (v \sin \theta) \hat{e}_y \quad [2]$

$$M\vec{g} = M\vec{a} \Rightarrow \vec{g} = \vec{a} = \begin{cases} \text{proj. on } ox: & 0 = a_x \\ \text{proj. on } oz: & -g = a_y \end{cases} \quad [2]$$

وبالتالي حركة المسقط على المحور ox مستقيمة منتظمة بمعادلتها وحركة المسقط على المحور الشاقولي حركة مستقيمة بتسارع ثابت ومعادلتها

$$x(t) = D + (v \cos \theta)t \quad [1]$$

$$\begin{cases} v_z(t) = (v \sin \theta) - gt \\ z(t) = D + (v \sin \theta)t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \quad [2]$$

ولأيجاد الارتفاع الأعظمي z_{max} نحسب الزمن اللازم لبلوغ الارتفاع الأعظمي وليكن t_{max}

$$v_z(t = t_{max}) = 0 \Rightarrow t_{max} = \frac{v \sin \theta}{g} \Rightarrow$$

$$z_{max} = D + (v \sin \theta) \left(\frac{v \sin \theta}{g} \right) - \frac{1}{2}g \left(\frac{v \sin \theta}{g} \right)^2 = D + \frac{\sin^2 \theta}{2g} v^2 = D + \frac{\sin^2 \theta}{2g} [2g(H-D) + \frac{k}{M}L^2]$$

$$x = x_R \Rightarrow z_R = 0 \Rightarrow t_R = \frac{2 \sin \theta}{g} v \Rightarrow$$

$$x_R = \frac{2 \sin \theta \cos \theta}{g} v^2 = \frac{\sin(2\theta)}{g} v^2 = \frac{\sin(2\theta)}{g} [2g(H-D) + \frac{k}{M}L^2]$$

The End

Dr.rer.nat. Ali Al-Khatib