سلم تصحيح مادة الرياضيات الثانية
الموسم الدراسي 2024 - 2025
شعبة العلوم التجريبية

السؤال الأول: /20

1- تحديد معادلة مستوى المار من A ويشمل D_1

$Q(\lambda) = Q_1(x,y,z) + \lambda Q_2(x,y,z)$

$Q(\lambda) = x + (1+\lambda)y + (1-\lambda)z + (-3+2\lambda)$ 5

$\vec{N_\lambda}(1, 1+\lambda, 1-\lambda)$ الناظمية هي

تحديد مستوى موازي للمستوى $\vec{V}$:

$\vec{N_\lambda} \perp \vec{V}$

$\vec{N_\lambda} \cdot \vec{V} = 0 \iff (1, 1+\lambda, 1-\lambda)(2, 5, 3) = 0$ 5

$2 + 5 + 5\lambda + 3 - 3\lambda = 0$

$\Rightarrow \lambda = -5$

$Q'(x,y,z) = x - 4y + 6z - 13 = 0$ معادلة المستوى المطلوب 2

D_2 معادلة حزمة المستويات المارة من تقاطع 5

$Q(m) = Q_3(x,y,z) + m Q_4(x,y,z)$

$Q(m) = (2+3m)x + y + (-2+2m)z + (2+m) = 0$

$\vec{N_m}(2+3m, 1, -2+2m)$

$\vec{N_m} \perp \vec{V}$ 5

$\vec{N_m} \cdot \vec{V} = 0 \iff 4 + 6m + 5 - 6 + 6m = 0$

$12m + 3 = 0 \Rightarrow m = -\frac{1}{4}$ 5

$Q''(x,y,z) = 5x + 4y - 10z + 7 = 0$ 5

$\begin{cases} Q'(x,y,z) = x - 4y + 6z - 13 = 0 \\ Q''(x,y,z) = 5x + 4y - 10z + 7 = 0 \end{cases}$ معادلة المستقيم المطلوب

السؤال الثاني (35)

1) نعوض المشتقات الجزئية للدالة P عند النقطة M_0:

$$\left.\begin{aligned} f'_x &= 2x + 2y - 2\beta \\ f'_y &= -2y + 2x - 6 \\ f'_\beta &= 4\beta - 2x - 8 \end{aligned}\right\} \quad M_0 \quad \begin{aligned} f'_{x_0} &= 2 \\ f'_{y_0} &= -10 \\ f'_{\beta_0} &= 12 \end{aligned}$$ 5

معادلة المماس هي

$$f'_{x_0}(x - x_0) + f'_{y_0}(y - y_0) + f'_{\beta_0}(z - z_0) = 0$$

$$2(x - 0) - 10(y - 2) + 12(z - 1) = 0$$

$$2x - 10y + 12z + 8 = 0$$

معادلة المستقيم الناظم في النقطة M_0:

$$\frac{x - x_0}{f'_{x_0}} = \frac{y - y_0}{f'_{y_0}} = \frac{z - \beta_0}{f'_{\beta_0}}$$ 5

$$\frac{x - 0}{2} = \frac{y - 2}{-10} = \frac{z - 1}{12}$$

2) ان معادلة المخروط المطلوب تتحقق معادلة السطح كمتجه وذلك بإهمال الحدود الثابتة والحد الثابت وهو 5

$$S' = x^2 - y^2 + 2\beta^2 + 2xy - 2x\beta = 0$$

ونقول عن المخروط المطلوب انه مخروط مماس وذلك لأن المشتقات الجزئية لمعادلة السطح S هي المشتقات الجزئية لمعادلة المخروط S'. 5

$f'_x \quad 2x + 2y - 2z = 0$

$f'_y \quad 2y + 2x - 6 = 0$

$f'_z \quad -4z - 2x + 8 = 0$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & -4 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = -2(0-4) - 0 + 4(-4-4) = -24 \neq 0$$

$$x_0 = \frac{\Delta_x}{\Delta} \qquad y_0 = \frac{\Delta_y}{\Delta} \qquad z_0 = \frac{\Delta_z}{\Delta}$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 6 & -2 & 0 \\ -8 & 0 & -4 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_x = -2(0-16) - 0 + 4(0-12) = -16$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 2 & 6 & 0 \\ -2 & -8 & -4 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_y = -2(-16+12) - 0 + 4(12-0) = 56$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & 6 \\ -2 & 0 & -8 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_z = -88$$

$$M\left(\frac{4}{6}, -\frac{7}{3}, \frac{11}{3}\right)$$

(1)

$$\frac{|(P_1(x,y,z)|}{\sqrt{P_1'^2+q_1'^2+r_1'^2}} = \frac{|(P_2(x,y,z)|}{\sqrt{P_2'^2+q_2'^2+r_2'^2}}$$

$$\frac{|x+2y+2z+6|}{\sqrt{1+4+4}} = \frac{|2x+y+2z-1|}{\sqrt{1+4+4}} \quad 5$$

ومنه

$$|x+2y+2z+6| = |2x+y+2z-1|$$

$$(x+2y+2z+6) = \mp(2x+y+2z-1)$$

نأخذ معادلة المستوي الموافق لإشارة (+) هي

$$x+2y+2z+6 = 2x+y+2z-1 \quad 5$$

$$-x+y+7=0 \quad \text{---(1)}$$

ومعادلة المستوي الموافقة للإشارة (-)

$$(x+2y+2z+6) = -(2x+y+2z-1) \quad 5$$

$$3x+3y+4z+5=0 \quad \text{---(2)}$$

نلاحظ أن معادلة المستوي الأول والثاني يحتوي على الأعداد الموافقة لـ $\vec{N_1}\ \vec{N_2}$

$$\vec{N_1}\ \vec{N_2} = 2+2+4 = 8 > 0$$

والموافقة لـ (-) ومنه المستوي الذي يحتوي المبدأ الموافق الموافقة لإشارة (+)

(2) نعين M_1 و M_2 ثم نكتب Q_2 بدلالة λ

$$N \parallel \overrightarrow{M_1M_2} \iff \frac{x_2-1}{2} = \frac{y_2-0}{1} = \frac{z_2-1}{2} = \lambda \quad 5$$

$$\begin{cases} x_2 = 2\lambda+1 \\ y_2 = \lambda \\ z_2 = 2\lambda+1 \end{cases} \quad (*)$$

نوجد احداثيات المنتصف

$$M_0\left(\frac{x_2+1}{2}, \frac{y_2+0}{2}, \frac{z_2+1}{2}\right)$$

نعوض في المستوى Q_2

$$2\left(\frac{x_2+1}{2}\right) + \frac{y_2}{2} + 2\left(\frac{z_2+1}{2}\right) - 1 = 0$$

$$x_2 + 1 + \frac{y_2}{2} + z_2 + 1 - 1 = 0$$

$$2x_2 + y_2 + 2z_2 + 2 = 0 \quad (**)$$

نعوض (*) في (**)

$$4\lambda + 2 + \lambda + 4\lambda + 2 + 2 = 0$$

$$9\lambda + 6 = 0$$

$$9\lambda = -6$$

$$\lambda = \frac{-6}{9} = -\frac{2}{3}$$

نعوض λ في A و B

$$x_2 = 2\left(-\frac{2}{3}\right) + 1 = -\frac{4}{3} + \frac{3}{3} = -\frac{1}{3}$$

$$y_2 = -\frac{2}{3}$$

$$z_2 = -\frac{1}{3}$$

$$M_2\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$$