أسئلة مقرر النمذجة الرياضية لطلاب السنة الرابعة رياضيات

التاريخ: 2025\2\04

الاسم: -------------

جامعة دمشق

كلية العلوم

الفصل الدراسي الأول

---

السؤال الأول: (25 درجة)

يستطيع أحد المصانع انتاج ثلاثة أنوع من المنتجات $A_1, A_2, A_3$ ، وذلك باستخدام مادتين أوليتين $B_1, B_2$ يتوفر من المادة الأولية $B_1$ الكمية 20 ومن المادة الثانية $B_2$ يتوفر 30 إذا كان إنتاج الوحدة الواحدة من $A_1$ يتطلب استخدام الكمية 2 من $B_1$ والكمية 4 من $B_2$ أما إنتاج الوحدة الواحدة من $A_2$ فيتطلب استخدام الكمية 2من $B_1$ والكمية 3 من $B_2$ ، وإنتاج الوحدة الواحدة من $A_3$ يتطلب استخدام الكمية 5 من $B_1$ والكمية 6 من $B_2$ ، والمصنع ملتزم بإنتاج 7 وحدات على الأقل من المنتج $A_1$ ، المطلوب: صياغة النموذج الرياضي المناسب لتحقيق ربح أعظمي علماً أن ربح الوحدة الواحدة من المنتجات $A_3, A_2, A_1$ على الترتيب 3 ,1 ,2.

السؤال الثاني: باستخدام مضاريب لاغرانج أوجد القيمة الصغرى للدالة التالية: (25 درجة)

$$f(x_1, x_2) = 2x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 - 3x_1 + 4x_2 \to Min$$

مع مراعاة القيد

$$x_1 + 2x_2 - 4 = 0$$

السؤال الثالث: لدينا أربعة مراكز للإنتاج وأربع مراكز للاستهلاك، إن تكلفة نقل الوحدة الواحدة من المركز الانتاجي $i$ إلى المركز الاستهلاكي $j$ والكميات المطلوبة والكميات المتوفرة موضحة بالجدول التالي:(25 درجة)

المطلوب: بناء نموذج رياضي نستطيع من خلاله تحديد أقل تكلفة للنقل.

| استهلاك / انتاج | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ | الكميات المتوفرة |
|---|---|---|---|---|---|
| $A_1$ | 2 | 3 | 7 | 11 | 150 |
| $A_2$ | 0 | 12 | 5 | 6 | 100 |
| $A_3$ | 14 | 1 | 3 | 9 | 75 |
| $A_4$ | 10 | 2 | 5 | 8 | 50 |
| الكميات المطلوبة | 100 | 20 | 80 | 200 | |

السؤال الرابع: ليكن لدينا جدول الأرباح للحالات والبدائل التالية: المطلوب: أوجد البديل المناسب وفق ما يلي: (25 درجة)

1- قاعدة أكبر القيم المتوقعة

2- بفرض أن الاحتمالات غير موجود أوجد البديل المناسب باستخدام القواعد التالية:

a. قاعدة المتشائم

b. قاعدة لابلاس

c. قاعدة هورويز علما أن $\alpha = 0.3$

| حالات الطبيعة / البدائل | $\theta_1$ | $\theta_2$ | $\theta_3$ |
|---|---|---|---|
| $a_1$ | 250 | 100 | 400 |
| $a_2$ | 100 | $-150$ | 500 |
| $a_3$ | 300 | 250 | 130 |
| $a_4$ | 350 | 150 | 180 |
| الاحتمالات | 0.10 | 0.35 | 0.55 |

انتهت الأسئلة

مدرس المقرر

الدكتورة: ميسم أحمد جديد

تم تصحيح مقرر النمذجة الرياضية

سنة ثالثة رياضيات

4/2/2025

السؤال الأول:

25

نفرض $x_1$ ، $x_2$ ، $x_3$ الكميات المنتجة من المنتجات $A_1$ ، $A_2$ ، $A_3$ على الترتيب

3

الربح العائد من المنتج $A_1$ $3x_1$

// // // // $A_2$ $x_2$ 6

// // // // $A_3$ $2x_3$

تابع الهدف

3 $$Z = 3x_1 + x_2 + 2x_3$$

قيد المادة الأولية $B_1$

2 $$2x_1 + 2x_2 + 5x_3 \leq 20$$

قيد المادة الأولية $B_2$

2 $$4x_1 + 3x_2 + 6x_3 \leq 30$$

قيد الكمية المنتجة من المنتج $A_1$

2 $$x_1 \geq 7$$

قيود عدم السلبية

2 $$x_1 , x_2 , x_3 \geq 0$$

عندها نحصل على النموذج الرياضي التالي

جـ

$$\max Z = 3x_1 + x_2 + 2x_3$$

ضمن القيود

$$2x_1 + 2x_2 + 5x_3 \leq 20$$

5 $$4x_1 + 3x_2 + 6x_3 \leq 30$$

$$x_1 \geq 7$$

$$x_2, x_3 \geq 0$$

---

السؤال الثاني: 25

نكتب تابع لاغرانج

$$L(x, \lambda) = 2x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 - 3x_1 + 4x_2 - \lambda(x_1 + 2x_2 - 4)$$ 2

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 4x_1 + 2x_2 - 3 - \lambda$$ 2

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 2x_2 + 2x_1 + 4 - 2\lambda$$ 2

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = -x_1 - 2x_2 + 4$$ 2

نقوم بحل جملة المعادلات 5

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \qquad \frac{\partial L}{\partial x_2} = 0 \qquad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$$

$$4x_1 + 2x_2 - 3 - \lambda = 0$$

$$2x_1 + 2x_2 + 4 - 2\lambda = 0$$

$$-x_1 - 2x_2 + 4 = 0$$

نحصل على

$$x_1 = \frac{6}{5} \qquad x_2 = \frac{7}{5} \qquad \lambda = \frac{23}{5}$$

(1) (1) (1)

- نعوض هذه القيم في القيود نجد أنها محققة

عند النقطة

$$(x_1, x_2) = \left(\frac{6}{5}, \frac{7}{5}\right)$$

يبلغ التابع قيمة قصوى لتحديد نوعها لدينا

(2) آ- القيد تابع خطي فهو محدب ومقعر في آن معاً

2- بالنسبة للتابع

- مصفوفة هيسيان

$$H = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

هذه المصفوفة معرفة موجبة لأن:

- عناصر القطر الرئيسي موجبة

- المحددات الصغرى الأساسية الرئيسية موجبة

$$|4| > 0$$

$$\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 4 > 0$$

وبالتالي التابع محدب

مما سبق نجد أن القيمة القصوى ...

(5)

$x_1^* = \frac{6}{5}$ $\quad x_2^* = \frac{7}{5}$ $\quad X^* = \frac{23}{5}$

$$\text{Min } f(x) = 2\left(\frac{6}{5}\right)^2 + \left(\frac{7}{5}\right)^2 + 2\left(\frac{6}{5}\right)\left(\frac{7}{5}\right) - 3\left(\frac{6}{5}\right) + 4\left(\frac{7}{5}\right) = 10.2 \quad (2)$$

---

• السؤال الثالث

$$\sum_{i=1}^{4} a_i = 375 \qquad \sum_{j=1}^{4} b_j = 400 \qquad 25$$

$$\sum_{j=1}^{4} b_j > \sum_{i=1}^{4} a_i \quad (2)$$

النموذج غير متوازن لدينا حالة عجز في الانتاج (2)

• النموذج الرياضي نحوله الى نموذج متوازن وذلك بإضافة مركز انتاجي وهمي طاقته الانتاجية

$$a_5 = \sum_{j=1}^{4} b_j - \sum_{i=1}^{4} a_i = 25 \quad (2)$$

تكلفة النقل منه والى جميع مراكز الاستهلاك تساوي الصفر

نفرض $x_{ij}$ الكمية المنقولة من المركز الانتاجي $i$ الى المركز الاستهلاكي $j$ (3)

بعد تابع التكلفة

$$L = 2x_{11} + 3x_{12} + 7x_{13} + 11x_{14} + 0x_{21} + 12x_{22} + 5x_{23} + 6x_{24}$$
$$+ 14x_{31} + x_{32} + 3x_{33} + 9x_{34} + 10x_{41} + 2x_{42} + 5x_{43} + 8x_{44}$$
$$+ 0x_{51} + 0x_{52} + 0x_{53} + 0x_{54}$$ 2 I

قيود الكميات المنتجة

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 150$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 100$$ II
5 $$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 75$$
$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} = 50$$
$$x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} = 25$$

قيود الكميات المطلوبة

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} = 100$$ III
$$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} + x_{52} = 20$$
4 $$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} + x_{53} = 80$$
$$x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} + x_{54} = 200$$

نحصل على النموذج الرياضي من

I

II

III

5

وقيود عدم السلبية

$$x_{ij} \geq 0 \qquad i = \overline{1,5} \qquad j = \overline{1,4}$$

20

الرابع:

- نحسب القيمة المتوقعة لكل بديل من العلاقة

$$E(a_i) = \sum_{j=1}^{n} P_j x_{ij}$$

ويكون البديل المناسب هو الذي يحقق العلاقة

$$\max_i [E(a_i)] = E_k$$

8

فيكون $a_k$ هو القرار المناسب

$$E(a_1) = 0.10 \times 250 + 0.35 \times 100 + 0.55 \times 400 = 280$$

$$E(a_2) = 232.5$$

$$E(a_3) = 189 \quad \Rightarrow E_k = E_1 = 280$$

$$E(a_4) = 186.5$$

$a_1$ هو البديل المناسب

2 - a قاعدة المتشائم

نحسب أصغر قيمة الربح مقابل كل بديل (في كل سطر) ثم نبحث عن أكبر الأصغار

5

| | $\min x_{ij}$ |
|---|---|
| $a_1$ | 100 |
| $a_2$ | -150 |
| $a_3$ | 130 |
| $a_4$ | 150 |

$$\Rightarrow Y = \max_i (\min_j x_{ij}) = 15$$

البديل المناسب هو $a_4$

ب- قاعدة لابلاس (متوسط الربح)

$$\bar{x}_1 = \frac{250+100+400}{3} = 250$$

(6)

$\bar{x}_2 = 150$

$\bar{x}_3 = 226.7 \quad \Rightarrow \max \bar{x}_i = 226.7$

$\bar{x}_4 = 226.7$

- البديل المناسب هو $a_3$ أو $a_4$ أو $a_1$

c - قاعدة هورويز

(7)

| | $y_i = \max\limits_j x_{ij}$ | $z_i = \min\limits_j x_{ij}$ |
|---|---|---|
| $a_1$ | 400 | 100 |
| $a_2$ | 500 | -150 |
| $a_3$ | 300 | 130 |
| $a_4$ | 350 | 150 |

$$H_i = \alpha y_i + (1-\alpha) z_i$$

$$H = \max_i \left[\alpha y_i + (1-\alpha) z_i\right)$$

$$H_1 = 0.3 \times 400 + 0.7 \times 100 = 190$$

$H_2 = 45$

$H_3 = 181 \quad \Rightarrow \quad H = 210$ مقابل البديل $a_4$

$H_4 = 210$

---

انتهى السلم

مدرس المقرر

[illegible]