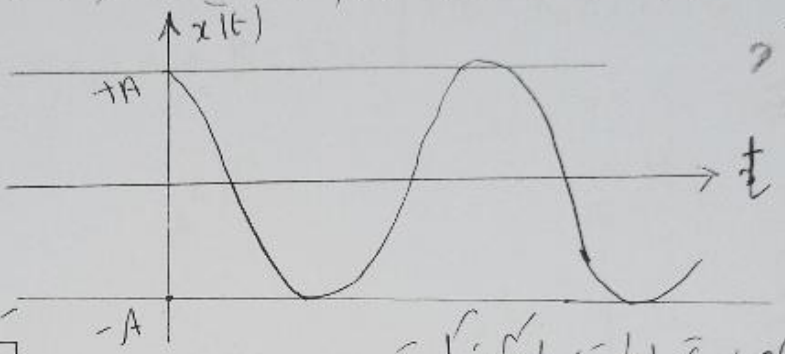
فرض المراقبة رقم 1 في مادة الفيزياء - سنة ثانية علوم تجريبية
الفصل الدراسي الثاني - 2025

تمرين الأول (اختياري - I, II, III) (30 نقطة)

I-

1. نكتب على الشكل: $x(t) = a\cos\omega_0 t + b\sin\omega_0 t$ أو $x(t) = A\cos(\omega_0 t + \phi)$ ؛ 2

2. الرسم: فتنا، زادية الطور الابتدائية $\phi = 0$ ؛ $x(t) = A\cos\omega_0 t$ ؛ $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ ؛ 3



3. عبارة الطاقة الميكانيكية: 2.5

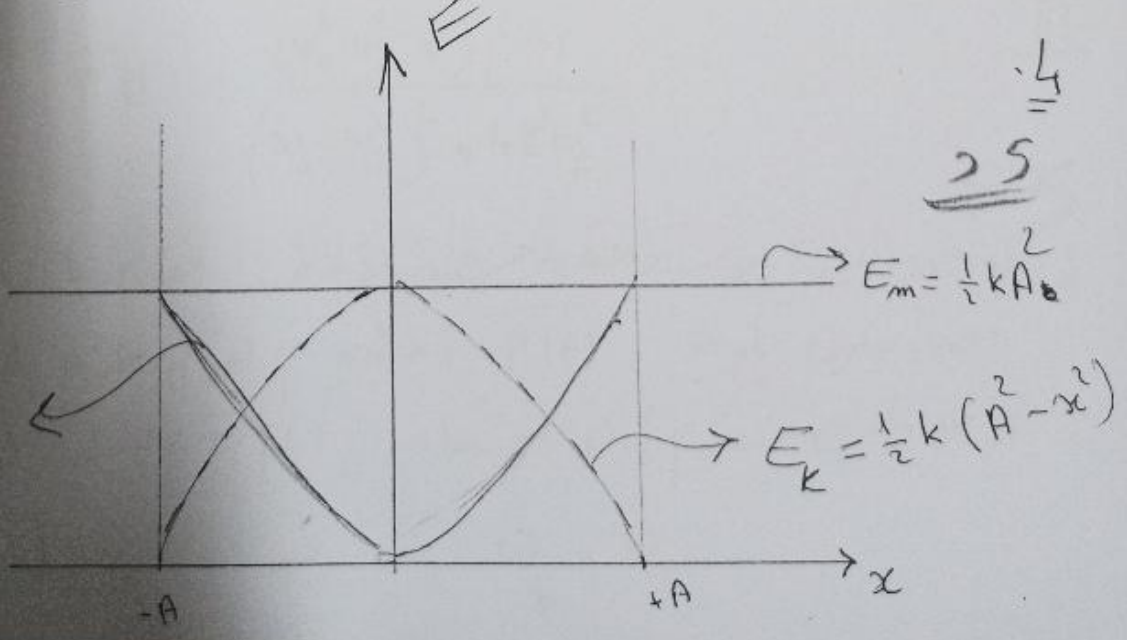
$E_m = E_k + E_p$ (ميكانيكية = حركية + كامنة مرونية)

$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(\dot{x})^2 = \frac{1}{2}m A^2\omega_0^2\sin^2(\omega_0 t+\phi) = \frac{1}{2}A^2 k\sin^2(\omega_0 t+\phi)$

$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega_0 t+\phi)$

$E_m = \frac{1}{2}kA^2\left[\cos^2(\omega_0 t+\phi) + \sin^2(\omega_0 t+\phi)\right] = \frac{1}{2}kA^2 =$ ثابت

4. 2.5



2/

$$x(t) = (A + Bt)e^{-\gamma t}$$

$$\dot{x}(t) = [B - \gamma(A + Bt)]e^{-\gamma t}$$

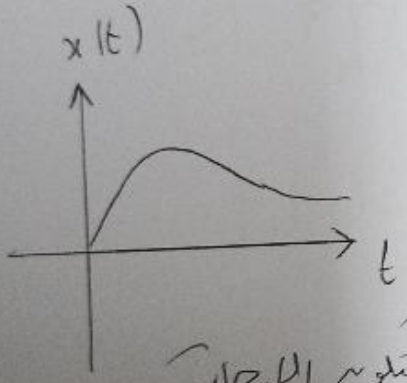
$$\left.\begin{aligned} x(t=0) &= A = 0 \\ \dot{x}(t=0) &= B = v_0 \end{aligned}\right] \Rightarrow x(t) = v_0 t\, e^{-\gamma t}$$

1. 25

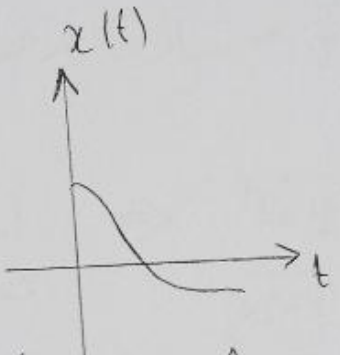
$$\left.\begin{aligned} x(t=0) &= A = x_0 \\ \dot{x}(t\neq 0) &= B - \gamma x_0 = 0 \Rightarrow B = \gamma x_0 \end{aligned}\right] x(t) = x_0(1+\gamma t)e^{-\gamma t}$$

2. 25

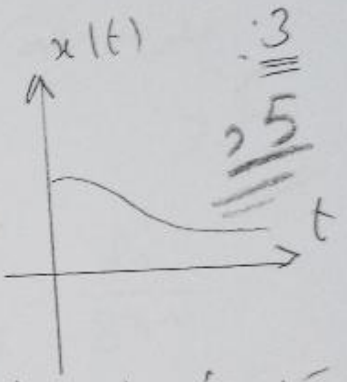
3. 25



أد



أد



يمكن أن نختار أحد هذه الأشكال التخطيطية لـ $x(t)$ لتكون الإجابة مرفوضة: في حالة التخامد الحرج ($\omega_0 = \gamma$) يمكن للجسم أن يمر مرة واحدة على الأكثر من موضع التوازن

- III -

$$\overline{P}(t) = \frac{(\omega_0^2 \omega_F^2 \gamma)/m}{\left(\omega_0 - \omega_F^2\right)^2 + 4\gamma^2\omega_F^2}$$

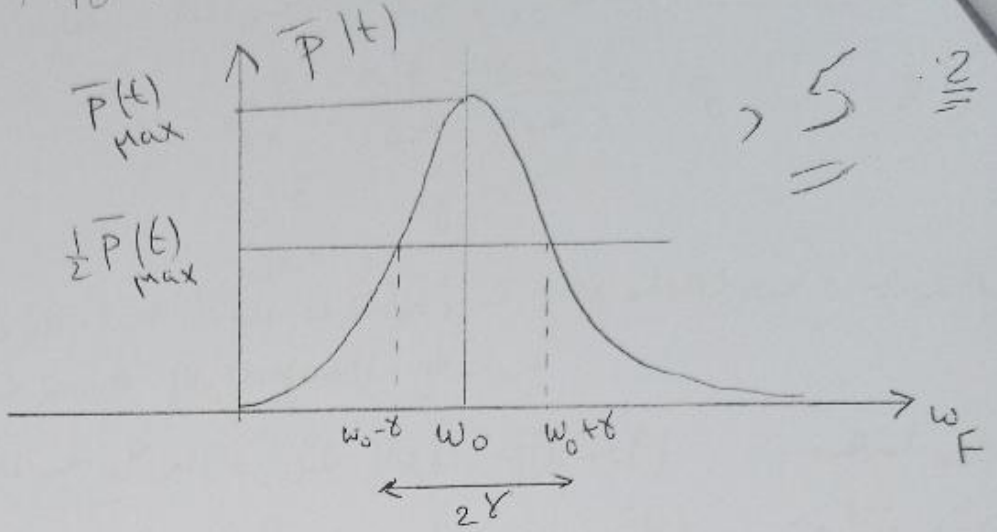
> 5

1. لإيجاد عبارة الاستطاعة الوسطية الأعظمية نقوم بإيجاد قيمة ω_F التي من أجلها يكون $\overline{P(t)}$ أعظمي ثم نعوض هذه القيمة في عبارة $\overline{P(t)}$ لأجل ذلك سنقوم أولاً باشتقاق $\overline{P(t)}$ بالنسبة لـ ω_F ونشكل المشتق

$$\frac{\partial \overline{P}(t)}{\partial \omega_F} = 0 \Rightarrow \omega_F = \omega_0$$

3/ عبارة $\bar{P}(t)$ بدلالة ω_F و ω_0 ثم:

$$\bar{P}(t)_{Max} = f_0^2 / 4\gamma m$$



3. لإيجاد عرض منحنى $\bar{P}(t)$: نقوم بإيجاد قيمتي ω_F التي من أجلها تكون $\bar{P}(t)$ مساوية لنصف قيمة $\bar{P}(t)_{Max}$ أي:

$$\bar{P}(t) = \frac{1}{2}\bar{P}(t)_{Max} \Rightarrow \frac{(f_0^2 \omega_F^2 \gamma)/m}{(\omega_0^2-\omega_F^2)^2 + 4\gamma^2\omega_F^2} = \frac{f_0^2}{8\gamma m}$$

نحل هذه المعادلة الجبرية نجد أن:

$$\begin{cases} \omega_{F_1} = \omega_0 - \gamma \\ \omega_{F_2} = \omega_0 + \gamma \end{cases}$$

فيكون عرض المنحنى مساوي لـ 2γ:

(20 درجة) التمرين الثاني

4/ نعرض بالتغيير التالي: $u = x + ct$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = g' \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = g''$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial g}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial t} = g' \cdot c \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = g'' \cdot c^2$$

2/10

بالتعويض في معادلة الموجة: نجد أن الطرف الأول مساوٍ للطرف الثاني وبالتالي فإن $f(x,t) = g(x+ct)$ هو حل لمعادلة الموجة.

لنبرهن أن $f(x,t) = g(x+ct)$ تمثل تابع موجي لموجة منتشرة باتجاه x:

نأخذ التابع الموجي في لحظتين (x_1, t_1): $f(x_1,t_1) = g(x_1+ct_1)$

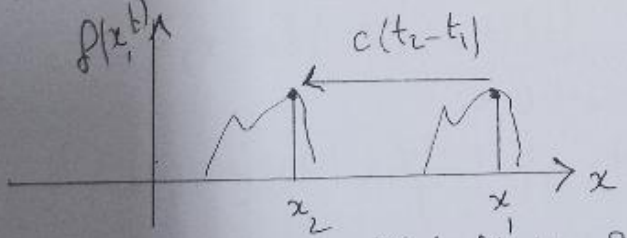
في نقطة ما ولحظة ما

لتكن اللحظة t_2 حيث $(t_2 > t_1)$ نأخذ التابع الموجي في اللحظة t_2 في نقطة x_2 حيث:

$$g(x_1+ct_1) = g(x_2+ct_2)$$

$$x_1 + ct_1 = x_2 + ct_2 \Rightarrow x_2 = x_1 + c(t_1 - t_2)$$

بما أن $t_1 < t_2$ فإن $x_2 < x_1$ أي أن $f(x,t)$ تمثل تابع موجي لموجة منتشرة باتجاه تناقص x.



5/ سوف نبين أن تابع الموجة $f(x,t)$ الذي يتغير بالزمن:

في اللحظة t وبالموضع x لدينا التابع الموجي $f(x,t)$

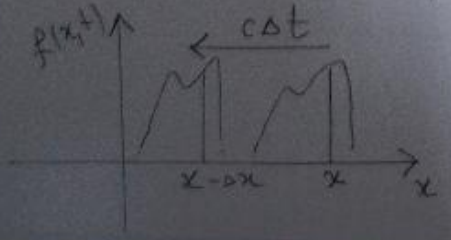
في اللحظة $t+\Delta t$ وبالموضع $x-\Delta x$ لدينا التابع الموجي $f(x-\Delta x, t+\Delta t)$

حيث:

$$f(x-\Delta x, t+\Delta t) = g(x-\Delta x + c(t+\Delta t))$$

$$= g(x+ct-\Delta x+c\Delta t)$$

وحتى نعبر عن المسافة المقطوعة خلال الزمن Δt وبسرعة c بالشكل

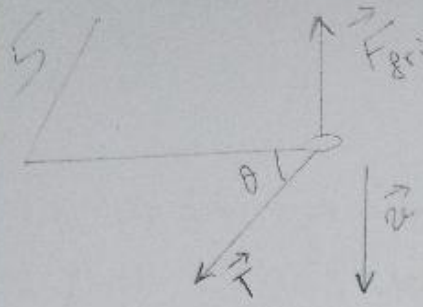


$$-\Delta x + c\Delta t = 0$$

$$f(x-\Delta x, t+\Delta t) = g(x-\Delta x + c(t+\Delta t))$$

$$= g(x+ct)$$

وبالتالي نشكل التابع الموجي المطلوب



(تابع) (25)

25

نقطة المادي حسب الشكل المبين:

بتطبيق المبدأ الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{T} + \vec{F}_{friction} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور الشاقولي:

$$m\ddot{y} = -T\sin\theta + F_y$$

بما أن الاهتزازات صغيرة السعة فإن الزاوية θ صغيرة جدا، أي:

$$\sin\theta \approx \frac{\partial y}{\partial x}$$

مع العلم أن قوة الاحتكاك معاكسة للحركة، أي:

$$F_y = -b\frac{\partial y}{\partial t}$$ ينتج لدينا:

$$-T\frac{\partial y}{\partial x} - b\frac{\partial y}{\partial t} = 0 \Rightarrow \boxed{1}\left(\frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{b}{T}\frac{\partial y}{\partial t}\right), \quad \forall t$$

وهو الشرط الحدي

الطلب الثاني: /10

$$y(x,t) = \underbrace{f(x-ct)}_{\text{واردة}} + \underbrace{g(x+ct)}_{\text{منعكسة}}$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = f'(x-ct) + g'(x+ct)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = c\left[-f'(x-ct) + g'(x+ct)\right]$$

بتطبيق الشرط الحدي $\boxed{1}$ في الطلب الأول نجد:

$$f'(-ct) + g'(ct) = \frac{bc}{T}\left[f'(-ct) - g'(ct)\right]$$

$$g'(ct) = \frac{bc/T - 1}{bc/T + 1} f'(-ct)$$

نفرض: $\alpha = ct$ وبالمطابقة العلاقة السابقة بالنسبة لـ α نجد:

$$\int g'(\alpha)d\alpha = \int \frac{bc/T - 1}{bc/T + 1} f'(-\alpha)\,d\alpha$$

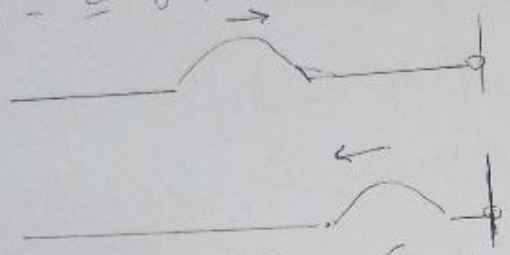
$$g(\alpha) = \frac{T - bc}{T + bc} f(-\alpha) + C$$

ثابت التكامل C معدوم

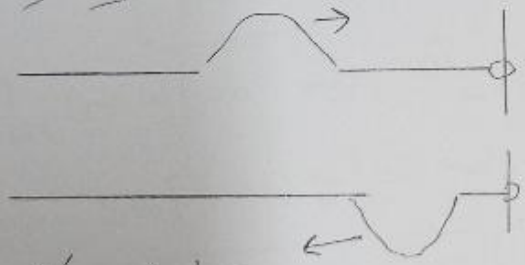
$$\boxed{g(\alpha) = \frac{T - bc}{T + bc} f(-\alpha)} \quad \boxed{2}$$

مع العلاقة التي تعطي $g(\alpha)$ بدلالة $f(-\alpha)$

الحالة الخاصة لما $b \to 0$: في هذه الحالة يكاد يكون انعكاس نهاية الوتر نهاية حرة تماما لأنه $F_y = 0$. بالتعويض في العلاقة [2] من الطلب الثاني نجد: $y(x) = f(-x)$
عند ورود الموجة إلى النهاية نلاحظ الموجة تنعكس بشكل كلي كما في الشكل التالي:



الحالة الخاصة لما $b \to \infty$: في هذه الحالة يكاد يكون انعكاس نهاية الوتر نهاية مثبتة
وبالتعويض في العلاقة [2] من الطلب الثاني نجد: $y(x) = -f(-x)$
عند ورود الموجة إلى النهاية نلاحظ الموجة تنعكس بشكل كلي كما في الشكل:



ملاحظة: الحالات الخاصة في الطلب الثالث تبرر لماذا اعتبرنا ثابتة التماثل في الطلب الثاني صحيح

الطلب الرابع / 5 ن

سرعة الانتشار تعطى بالعلاقة التالية:

$$c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

T: قوة الشد μ: الكتلة الخطية

تعطى الكتلة الحجمية بالشكل: $\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{L \cdot S} = \frac{\mu}{S}$

$$\Rightarrow \boxed{\mu = \rho \cdot S}$$

حيث S: مساحة مقطع الوتر

$$= \pi \cdot r^2 \cdot \rho$$

$$c = \sqrt{\frac{T}{\pi r^2 \rho}} = \frac{5}{\sqrt{\pi}} \ m \cdot s^{-1}$$

$T = 25\ N$, $r = 10^{-2}\ m$, $\rho = 10^{4}\ kg \cdot m^{-3}$

(25 درجة) السؤال الرابع

الحل الأول:

$$\ddot{x}_n = -\omega_0^2 (2x_n - x_{n-1} - x_{n+1}) \quad (*)$$

توابع الإزاحة:

$$x_n = A_n \cos\omega_d t, \quad x_{n-1} = A_{n-1}\cos\omega_d t, \quad x_{n+1} = A_{n+1}\cos\omega_d t$$

بتعويض توابع الإزاحة في المعادلة (*) نجد:

$$-A_n\omega_d^2\cos\omega_d t = -\omega_0^2\left[2A_n\cos\omega_d t - A_{n-1}\cos\omega_d t - A_{n+1}\cos\omega_d t\right]$$

بعد الاختصار على $\cos\omega_d t$ والإصلاح نجد:

$$\frac{A_{n+1}+A_{n-1}}{A_n} = \frac{2\omega_0^2 - \omega_d^2}{\omega_0^2}$$

نلاحظ أن النسبة مستقلة كما أن n أي عدد صحيح إيجابي.

الطلب الثاني:

بالشرط الحدي المعطى في نص المسألة:

أ: $\boxed{x_{N+1} = 0}$

$$A_{N+1}\cos\omega_d t = 0 \Rightarrow A_{N+1} = 0 \Rightarrow C\sin[(N+1)\theta] = 0$$

$$\Rightarrow \sin[(N+1)\theta] = 0 \Rightarrow (N+1)\theta = d\pi \Rightarrow \boxed{\theta = \frac{d\pi}{N+1}}$$

$$\Rightarrow \boxed{A_n = C\sin\frac{n d\pi}{N+1}}$$

لدينا

$$\frac{A_{n+1}+A_{n-1}}{A_n} = \frac{C[\sin(n+1)\theta + \sin(n-1)\theta]}{C\sin(n\theta)} = \frac{2C\sin(n\theta)\cos\theta}{C\sin(n\theta)}$$

$$= 2\cos\theta$$

كما وجدنا في الطلب الأول أن

$$\frac{A_{n+1}+A_{n-1}}{A_n} = \frac{2\omega_0^2 - \omega_d^2}{\omega_0^2}$$

إذاً:

$$\frac{2\omega_0^2 - \omega_d^2}{\omega_0^2} = 2\cos\theta \Rightarrow \omega_d^2 = 2\omega_0^2[1-\cos\theta]$$

$$= 4\omega_0^2\sin^2\frac{\theta}{2}$$

$$\Rightarrow \omega_d = \left|2\omega_0\sin\frac{\theta}{2}\right| = 2\omega_0\left|\sin\frac{d\pi}{}\right|$$

3/ معادلات الحركة في الحالة العامة لعدد الذرات N=2

(الحالة الراهنة) $x_0 = x_3 = 0$ أي

الكتلة 1 $\ddot{x}_1 = -\omega_0^2 (2x_1 - x_0 - x_2) = -\omega_0^2 (2x_1 - x_2)$

الكتلة 2 $\ddot{x}_2 = -\omega_0^2 (2x_2 - x_1 - x_3) = -\omega_0^2 (2x_2 - x_1)$

25

الطلب الرابع :

: N=2

التردد الأول $\omega_1 = 2\omega_0 \left| \sin \frac{\pi}{6} \right| = \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$

التردد الثاني $\omega_2 = 2\omega_0 \left| \sin \frac{\pi}{3} \right| = \sqrt{3}\,\omega_0 = \sqrt{\frac{3K}{m}}$

مواصفة للتردد الأول ω_1 $\frac{A_1}{A_2} = \frac{C \sin \frac{\pi}{3}}{C \sin \frac{2\pi}{3}} = 1$

مواصفة للتردد الثاني ω_2 $\frac{A_1}{A_2} = \frac{C \sin \frac{2\pi}{3}}{C \sin \frac{4\pi}{3}} = -1$