لسلم تصحيح مقرر مدخل الى الاحصاء والاحتمالات (1)

لطلاب السنة الأولى - احصاء رياضي

الفصل الثاني للعام الدراسي 2024 - 2025

السؤال الأول: (18 درجة)

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة، وانقلها إلى ورقة الإجابة: (كل اختيار درجتين) [10]

1- الجزء من علم الاحصاء الذي يدرس الاحصاء الوصفي يسمى بـ: [D] لا شيء مما سبق

2- أي من المقاييس التالية لا يمكن أن يكون سالباً: [D] لا شيء مما سبق

3- أصغر البيانات تشتت في مخطط الساق والأوراق: [B] الكمية

4- المدرج التكراري الذي المحصول عن البيانات هو ، ارتفاع كل مستطيل يمثل: [A] أعمدة ، التكرار النسبي

5- بيان احصائي متوسطه $\bar{x}$، تباينه S^2، فإن معامل التغير (CV) يعرف بالعلاقة: [B] $\frac{S}{\bar{x}}$ 100٪

ثانياً: أثبت صحة ما يلي: [8]

اذا كانت $x_1, x_2, \ldots, x_n$ عينة من القياسات متوسطها $\bar{x}$، انحرافها المعياري S

z_i القيمة المعيارية للقياس x_i فإن:

1- اذا أضفنا على كل قياس قيمة ثابتة a، فإن المتوسط الحسابي يزيد بمقدار القيمة.

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i + a)}{n} = \bar{x} + a$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i + a)}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{i=1}^{n} a}{n} = \frac{n\bar{x} + na}{n} = \frac{n(\bar{x} + a)}{n} = \bar{x} + a$$

2- مجموع مربعات القيمة المعيارية يساوي $(n-1)$:

$$\sum_{i=1}^{n} z_i^2 = n - 1$$

$$\sum_{i=1}^{n} z_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i - \bar{x}}{S}\right)^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{S^2} = \frac{(n-1)S^2}{S^2} = n - 1$$

السؤال الثاني : (32 درجة)

أولاً: [9]

معدلات درجات الحرارة الصباحية في مدينة ما خلال (12) فترة زمنية.

$$-10, -10, -6, -1, 7, 11, 14, 12, 7, 1, -3, -7$$

نرتب تصاعدياً :

$$\underset{1}{-10}, \underset{2}{-10}, \underset{3}{-7}, \underset{4}{-6}, \underset{5}{-3}, \underset{6}{1}, \underset{7}{1}, \underset{8}{7}, \underset{9}{7}, \underset{10}{11}, \underset{11}{12}, \underset{12}{14}$$

ترتيب المفردة

الوسط :

$n = 12$ زوجي

$$Med = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2} = \frac{x_6 + x_7}{2} = \frac{-1+1}{2} = 0$$

المنوال : القيمة الأكثر تكراراً (أو المفردة الأكثر تكراراً)

لدينا منوالين هنا : $Mod_1 = -10, \; Mod_2 = 7$

الوسيط الأول : هو المقياس الذي يحصر خلفه (25%) من القياسات

ترتيبه :

$$O_{Q_1} = \frac{n+1}{4} = \frac{13}{4} = 3.25$$

ومنه :

نقبل واحدة من الإجابتين الواردتين لحساب Q_1

$$Q_1 = \frac{x_3 + x_4}{2} = \frac{-7-6}{2} = -6.5$$

$$Q_1 = x_{3.25} = \frac{x_3 + x_4}{4} = \frac{-7-6}{4} = -3.25$$

ثانياً : دراسة الوقت الذي يستغرقه العامل في إنجاز العمل. [10]

$$n = 80 \qquad \bar{x} = 40 \qquad S = 5$$

1) المجال من الدقائق اللازمة للعمال لإنجازهم العمل الذي يحوي خلفه على الأكثر (40) عاملاً.

المجال من الدقائق على الأكثر خلفه (40) عاملاً

هو مباشرة لتشبيشيف :

$$[\bar{x} - KS \; , \; \bar{x} + KS]$$

يحوي على الأكثر $\frac{1}{k^2}$ ٪

أي :

$$\frac{40}{80} \leq \frac{1}{k^2}$$

$$\Rightarrow k^2 = 2 \Rightarrow \boxed{k = \sqrt{2}}$$

ومنه المجال :

$$[\bar{x} - KS, \bar{x} + KS] = [40 - (\sqrt{2})(5) \; , \; 40 + (\sqrt{2})(5)]$$

$$= [32.92 \; , \; 47.07]$$

2) العدد الأصغري للعمال الذين يقع الرقم الأوسط لإعمارهم العدد في المجال $[29,55]$ دقيقة

نفرض العدد الأصغري ℓ

لدينا المجال :

$$\left.\begin{array}{l}\bar{x}-ks=25\\ \bar{x}+ks=55\end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{k=3}$$

ومنه :

$$\frac{\ell}{n} \geq 1-\frac{1}{k^2}$$

$$\frac{\ell}{80} \geq 1-\frac{1}{9} \Rightarrow \ell \geq \frac{8\times 80}{9} = 71.11$$

أي العدد الأصغري للعمال هو $\boxed{72}$ عاملاً.

ثالثة / 5

الطلاب	$\bar{x}=80$	$S_x=6$	درجة الطالب $x=89$
الطالبات	$\bar{y}=68$	$S_y=8$	درجة الطالبة $y=82$

لمعرفة الأفضل تحصيلاً بالنسبة لجنسه نقارن القيم المعيارية لهما

$$z_x = \frac{x-\bar{x}}{S_x} = \frac{89-80}{6} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$z_y = \frac{y-\bar{y}}{S_y} = \frac{82-68}{8} = \frac{7}{4} = 1.75$$

للمقارنة : $z_y > z_x$ أي : تحصيل الطالبة أفضل من تحصيل الطالب .

رابعة / 8

درجات (200) طالب في مقرر الاحصاء .

الفئات	$[0,20[$	$[20,40[$	$[40,60[$	$[60,80[$	$[80,100]$
التكرارات	35	30	45	60	30
التكرار المتجمع	35	65	110	170	200

العشير الخامس أي D_5 بالتعريف .

$$D_5 = a_{D_5} + \frac{O_{D_5} - F_{D_5}}{f_{D_5}} \cdot \ell_{D_5}$$

$$O_{D_5} = \frac{n\times 5}{10} = \frac{200\,(5)}{10} = 100$$

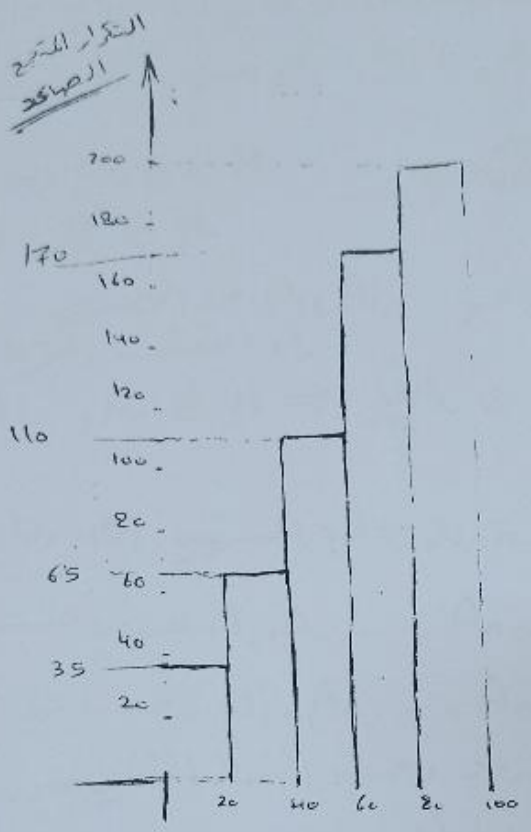
فئة العشير الخامس هي الفئة الثالثة أي $[40,60[$.

$$a_{D_5}=40 \;,\; F_{D_5}=65 \;,\; f_{D_5}=45 \;,\; \ell_{D_5}=20$$

$$D_5 = 40 + \frac{100-65}{45} \times 20 = \frac{500}{9} = 55.5$$

ومنه :

2 - المدرج التكراري الصاعد



انتهى سلم التقييم الأول

أ. صفاء الطائي

السؤال الثالث: ① 5 درجات للبند الأول ٣ درجات، والثاني درجتين

إذا كان الحدثين A, B من صف الحدوث (عندئذ لكي يكون $\mathcal{H}$ جبراً على Ω يجب أن تحقق

$A, B \in \mathcal{H} \Rightarrow A \cup B \in \mathcal{H}$ (3 درجات)

$A \in \mathcal{H} \Rightarrow A' \in \mathcal{H}$

وإذا كانت الاحداث من الصف $A_1, A_2, \ldots, A_{n-1}, A_n$ عندئذ $\mathcal{H}$

إذا تحقق الشرط

$A_1, A_2, \ldots, A_{n-1}, A_n \in \mathcal{H} \Rightarrow \bigcup_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{H}$ (درجتين)

نقول إن $\mathcal{H}$ تشكل جبراً تاماً على Ω.

② اثبات أن الجبر التام مغلق بالنسبة للتقاطع العشوائي (10 درجات)

لدينا حسب الفرض $A_1, A_2, \ldots, A_{n-1}, A_n \in \mathcal{H}$ عندئذ حسب تعريف الجبر والشرط الثاني يكون $A_1', A_2', \ldots, A_{n-1}', A_n' \in \mathcal{H}$ وحسب خاصية الجبر التام أنه مغلق بالنسبة لأي اجتماع محدود وحسب الشرط الثاني فإن $\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i'\right)' \in \mathcal{H}$

وبالتالي $\bigcap_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{H}$ وهو المطلوب

③ $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ (5 درجات)

$A = \{1, 5\}$, $B = \{2, 3, 4, 6\}$ لأنه حقق الشروط. نضع

عندئذ يكون $A' = B \in M$, $B' = A \in M$, $A \cup B = \Omega \in M$

جميع الشروط متحققة بالتالي M يشكل جبراً على Ω

④ سبب تحقق الشروط: (5 درجات)

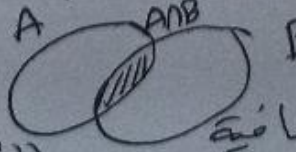
① $H_1 \cap H_2 \cap H_3 = \phi$

$H_1 \cap H_2 = \phi$, $H_1 \cap H_3 = \phi$, $H_2 \cap H_3 = \phi$

② $H_1 \neq \phi$ $H_2 \neq \phi$, $H_3 \neq \phi$

$H_1 \cup H_2 \cup H_3 = \Omega$

السؤال الرابع: ① 5 درجات الاثبات



$A \cup B = A \cup \{B - (A \cap B)\}$

وملاحظة أن $\{A\}$, $\{B - (A \cap B)\}$ متنافية

$P(A \cup B) = P(A) + P(B - (A \cap B))$

$= P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

② (5 درجات) الاحتمال المطلوب هو $P(A \cup B)$

ن A يحل خارج الطالب الأول، B يحل خارج الطالب الثاني عندئذ

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
$$= \frac{3}{7} + \frac{2}{7} - \frac{1}{7} = \frac{4}{7}$$

السؤال الخامس: 15 درجة أولاً ودرجات $\frac{3}{2}$ درجة لكل فقرة

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - 0.30 = 0.70$$
$$P(B') = 1 - P(B) = 1 - 0.60 = 0.40$$
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.90 \text{ ، } P(A \cap B) = 0$$
A, B حدثين متنافيين

$$P(A \cup B') = 1 - P(A' \cap B) = 1 - P(B - A) = 1 - P(B) = P(B') = 0.4$$
$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.90 = 0.10$$
$$P(A' \cap B) = 1 - P(B - A) = 1 - P(B) = 0.40$$

ثانياً 6 درجات لكل حالة 3 درجات

الحالة الأولى = 5 طلاب فتاة طالب واحد
" 3 طالبات " طالبة واحدة

$$n = C(5,1) \times C(3,1) = \frac{5!}{4!\,1!} \times \frac{3!}{2!\,1!} = 5 \times 3 = 15 \text{ طريقة}$$

في حال الترتيب

$$n = A(5,1) \times A(3,1) = \frac{5!}{4!} \times \frac{3!}{2!} = 5 \times 3 = 15 \text{ طريقة}$$

النتيجة سلم التصحيح لمادة الرياضيات إلى الإحصاء والاحتمالات
سنة أولى إحصاء رياضيات
3/8/2025